BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TOÁN 8

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

PHAN ĐỨC CHÍNH (Tổng Chủ biên)
TÔN THÂN (Chủ biên)
VŨ HỮU BÌNH - TRẦN ĐÌNH CHÂU - NGÔ HỮU DŨNG
PHẠM GIA ĐỨC - NGUYỄN DUY THUẬN

TOÁN 8

TẬP MỘT

(Tái bản lần thứ mười)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

01-2014/CXB/234-1062/GD Mã số : 2H801T4

Phần ĐẠI SỐ

Chương I – PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA CÁC ĐA THỨC

§1. Nhân đơn thức với đa thức

Chẳng khác gì nhân một số với một tổng !
A.(B + C) = A.B + A.C.

1. Quy tắc

?1 *– Hãy viết một đơn thức và một đa thức tuỳ ý.*

– Hãy nhân đơn thức đó với từng hạng tử của đa thức vừa viết.

– Hãy cộng các tích tìm được.

Chẳng hạn, nếu đơn thức và đa thức vừa viết lần lượt là $5x$ và $3x^2 - 4x + 1$ thì ta có :

$$5x.(3x^2 - 4x + 1) = 5x.3x^2 + 5x.(-4x) + 5x.1$$
$$= 15x^3 - 20x^2 + 5x.$$

Ta nói đa thức $15x^3 - 20x^2 + 5x$ là *tích* của đơn thức $5x$ và đa thức $3x^2 - 4x + 1$.

Tổng quát, ta có quy tắc nhân một đơn thức với một đa thức như sau :

Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

2. Áp dụng

Ví dụ. Làm tính nhân : $(-2x^3).\left(x^2 + 5x - \frac{1}{2}\right)$.

Giải. Ta có : $(-2x^3).\left(x^2 + 5x - \frac{1}{2}\right) = (-2x^3).x^2 + (-2x^3).5x + (-2x^3).\left(-\frac{1}{2}\right)$

$$= -2x^5 - 10x^4 + x^3.$$

?2 *Làm tính nhân :*

$$\left(3x^3y - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{5}xy\right).6xy^3.$$

?3 *Một mảnh vườn hình thang có hai đáy bằng (5x + 3) mét và (3x + y) mét, chiều cao bằng 2y mét.*

– Hãy viết biểu thức tính diện tích mảnh vườn nói trên theo x và y.

– Tính diện tích mảnh vườn nếu cho x = 3 mét và y = 2 mét.

BÀI TẬP

1. Làm tính nhân :

a) $x^2\left(5x^3 - x - \frac{1}{2}\right)$;

b) $(3xy - x^2 + y)\frac{2}{3}x^2y$;

c) $(4x^3 - 5xy + 2x)\left(-\frac{1}{2}xy\right)$.

2. Thực hiện phép nhân, rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức :

a) $x(x - y) + y(x + y)$ tại $x = -6$ và $y = 8$;

b) $x(x^2 - y) - x^2(x + y) + y(x^2 - x)$ tại $x = \frac{1}{2}$ và $y = -100$.

3. Tìm x, biết :

a) $3x(12x - 4) - 9x(4x - 3) = 30$;

b) $x(5 - 2x) + 2x(x - 1) = 15$.

4. ***Đố. Đoán tuổi***

Bạn hãy lấy tuổi của mình :

– Cộng thêm 5 ;

– Được bao nhiêu đem nhân với 2 ;

– Lấy kết quả trên cộng với 10 ;

– Nhân kết quả vừa tìm được với 5 ;

– Đọc kết quả cuối cùng sau khi đã trừ đi 100.

Tôi sẽ đoán được tuổi của bạn. Giải thích tại sao.

5. Rút gọn biểu thức : a) $x(x - y) + y(x - y)$;

b) $x^{n-1}(x + y) - y(x^{n-1} + y^{n-1})$.

6. Đánh dấu × vào ô mà em cho là đáp số đúng :

Giá trị của biểu thức $ax(x - y) + y^3(x + y)$ tại $x = -1$ và $y = 1$ (a là hằng số) là

a	
$-a + 2$	
$-2a$	
$2a$	

§2. Nhân đa thức với đa thức

1. Quy tắc

Ví dụ. Nhân đa thức $x - 2$ với đa thức $6x^2 - 5x + 1$.

Gợi ý. – Hãy nhân mỗi hạng tử của đa thức $x - 2$ với đa thức $6x^2 - 5x + 1$.

– Hãy cộng các kết quả vừa tìm được (chú ý dấu của các hạng tử).

Giải

$$(x - 2)(6x^2 - 5x + 1) = x.(6x^2 - 5x + 1) - 2.(6x^2 - 5x + 1)$$
$$= x.6x^2 + x.(-5x) + x.1 + (-2).6x^2 + (-2).(-5x) + (-2).1$$
$$= 6x^3 - 5x^2 + x - 12x^2 + 10x - 2$$
$$= 6x^3 - 17x^2 + 11x - 2.$$

Ta nói đa thức $6x^3 - 17x^2 + 11x - 2$ là *tích* của đa thức $x - 2$ và đa thức $6x^2 - 5x + 1$.

Tổng quát, ta có quy tắc nhân đa thức với đa thức như sau :

Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

Nhận xét. *Tích của hai đa thức là một đa thức.*

?1 *Nhân đa thức* $\frac{1}{2}xy - 1$ *với đa thức* $x^3 - 2x - 6$.

▶ ***Chú ý.*** *Khi nhân các đa thức một biến ở ví dụ trên, ta còn có thể trình bày như sau :*

$$
\begin{array}{r}
6x^2 - 5x + 1 \\
\times \qquad\qquad x - 2 \\
\hline
-12x^2 + 10x - 2 \\
+\; 6x^3 - 5x^2 + x \qquad \\
\hline
6x^3 - 17x^2 + 11x - 2
\end{array}
$$

(kết quả của phép nhân -2 với đa thức $6x^2 - 5x + 1$)

(kết quả của phép nhân x với đa thức $6x^2 - 5x + 1$)

Ở cách này, trước hết ta phải sắp xếp các đa thức theo luỹ thừa giảm dần hoặc tăng dần của biến, sau đó trình bày như sau :

– Đa thức này viết dưới đa thức kia.

– Kết quả của phép nhân mỗi hạng tử của đa thức thứ hai với đa thức thứ nhất được viết riêng trong một dòng.

– Các đơn thức đồng dạng được xếp vào cùng một cột.

– Cộng theo từng cột.

2. Áp dụng

?2 *Làm tính nhân :* a) $(x + 3)(x^2 + 3x - 5)$;

b) $(xy - 1)(xy + 5)$.

?3 *Viết biểu thức tính diện tích của một hình chữ nhật theo x và y, biết hai kích thước của hình chữ nhật đó là* $(2x + y)$ và $(2x - y)$.

Áp dụng : Tính diện tích của hình chữ nhật khi $x = 2{,}5$ *mét và* $y = 1$ *mét.*

BÀI TẬP

7. Làm tính nhân :

a) $(x^2 - 2x + 1)(x - 1)$;   b) $(x^3 - 2x^2 + x - 1)(5 - x)$.

Từ câu b), hãy suy ra kết quả phép nhân : $(x^3 - 2x^2 + x - 1)(x - 5)$.

8. Làm tính nhân :

a) $\left(x^2y^2 - \frac{1}{2}xy + 2y\right)(x - 2y)$;   b) $(x^2 - xy + y^2)(x + y)$.

9. Điền kết quả tính được vào bảng :

Giá trị của x và y	Giá trị của biểu thức $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$
$x = -10$; $y = 2$	
$x = -1$; $y = 0$	
$x = 2$; $y = -1$	
$x = -0,5$; $y = 1,25$ *(trường hợp này có thể dùng máy tính bỏ túi để tính)*	

LUYỆN TẬP

10. Thực hiện phép tính :

a) $(x^2 - 2x + 3)\left(\frac{1}{2}x - 5\right)$;   b) $(x^2 - 2xy + y^2)(x - y)$.

11. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến :

$$(x - 5)(2x + 3) - 2x(x - 3) + x + 7.$$

12. Tính giá trị của biểu thức $(x^2 - 5)(x + 3) + (x + 4)(x - x^2)$ trong mỗi trường hợp sau :

a) $x = 0$;   b) $x = 15$;

c) $x = -15$;   d) $x = 0,15$.

13. Tìm x, biết :

$$(12x - 5)(4x - 1) + (3x - 7)(1 - 16x) = 81.$$

14. Tìm ba số tự nhiên chẵn liên tiếp, biết tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 192.

15. Làm tính nhân :

a) $\left(\frac{1}{2}x + y\right)\left(\frac{1}{2}x + y\right)$; b) $\left(x - \frac{1}{2}y\right)\left(x - \frac{1}{2}y\right)$.

§3. Những hằng đẳng thức đáng nhớ

1. Bình phương của một tổng

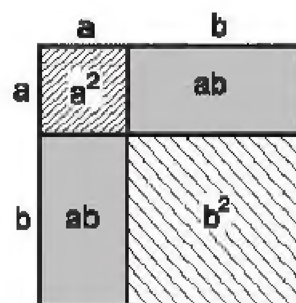
?1 *Với a, b là hai số bất kì, thực hiện phép tính (a + b)(a + b).*

Từ đó rút ra $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Với a > 0, b > 0, công thức này được minh hoạ bởi diện tích các hình vuông và hình chữ nhật trong hình 1.

Với A và B là các biểu thức tuỳ ý, ta cũng có :

$$\boxed{(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2} \qquad (1)$$



Hình 1

?2 *Phát biểu hằng đẳng thức (1) bằng lời.*

Áp dụng

a) Tính $(a + 1)^2$.

b) Viết biểu thức $x^2 + 4x + 4$ dưới dạng bình phương của một tổng.

c) Tính nhanh : 51^2 ; 301^2.

2. Bình phương của một hiệu

?3 *Tính* $[a+(-b)]^2$ *(với a, b là các số tuỳ ý).*

Từ đó rút ra $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Với hai biểu thức tuỳ ý A và B ta cũng có :

$$\boxed{(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2} \qquad (2)$$

Học sinh có thể tự tìm được hằng đẳng thức (2) bằng cách thực hiện phép nhân $(A-B)(A-B)$.

?4 *Phát biểu hằng đẳng thức (2) bằng lời.*

Áp dụng

a) Tính $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$.

b) Tính $(2x-3y)^2$.

c) Tính nhanh 99^2.

3. Hiệu hai bình phương

?5 *Thực hiện phép tính* $(a+b)(a-b)$ *(với a, b là các số tuỳ ý).*

Từ đó rút ra $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

Với A và B là các biểu thức tuỳ ý ta cũng có :

$$\boxed{A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)} \qquad (3)$$

?6 *Phát biểu hằng đẳng thức (3) bằng lời.*

Áp dụng

a) Tính $(x+1)(x-1)$.

b) Tính $(x-2y)(x+2y)$.

c) Tính nhanh $56 . 64$.

?7 ***Ai đúng ? Ai sai ?***



Đức viết :

$$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2.$$

Thọ viết :

$$x^2 - 10x + 25 = (5 - x)^2.$$

Hương nêu nhận xét : Thọ viết sai, Đức viết đúng.

Sơn nói : Qua ví dụ trên mình rút ra được một hằng đẳng thức rất đẹp !

Hãy nêu ý kiến của em. Sơn rút ra được hằng đẳng thức nào ?

BÀI TẬP

16. Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương của một tổng hoặc một hiệu :

a) $x^2 + 2x + 1$; b) $9x^2 + y^2 + 6xy$;

c) $25a^2 + 4b^2 - 20ab$; d) $x^2 - x + \frac{1}{4}$.

17. Chứng minh rằng :

$$(10a + 5)^2 = 100a(a + 1) + 25$$

Từ đó em hãy nêu cách tính nhẩm bình phương của một số tự nhiên có tận cùng bằng chữ số 5 .

Áp dụng để tính : 25^2 ; 35^2 ; 65^2 ; 75^2 .

18. Hãy tìm cách giúp bạn An khôi phục lại những hằng đẳng thức bị mực làm nhoè đi một số chỗ :

a) $x^2 + 6xy + \ldots = (\ldots + 3y)^2$;

b) $\ldots - 10xy + 25y^2 = (\ldots - \ldots)^2$;

Hãy nêu một đề bài tương tự.

19. ***Đố.*** *Tính diện tích phần hình còn lại mà không cần đo.*

Từ một miếng tôn hình vuông có cạnh bằng $a + b$, bác thợ cắt đi một miếng cũng hình vuông có cạnh bằng $a - b$ (cho $a > b$). Diện tích phần hình còn lại là bao nhiêu ? Diện tích phần hình còn lại có phụ thuộc vào vị trí cắt không ?

LUYỆN TẬP

20. Nhận xét sự đúng, sai của kết quả sau :

$$x^2 + 2xy + 4y^2 - (x + 2y)^2.$$

21. Viết các đa thức sau dưới dạng bình phương của một tổng hoặc một hiệu :

a) $9x^2 - 6x + 1$; b) $(2x + 3y)^2 + 2.(2x + 3y) + 1$.

Hãy nêu một đề bài tương tự.

22. Tính nhanh :

a) 101^2 ; b) 199^2 ; c) 47.53.

23. Chứng minh rằng :

$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$;

$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$.

Áp dụng

a) Tính $(a - b)^2$, biết $a + b = 7$ và $a.b = 12$

b) Tính $(a + b)^2$, biết $a - b = 20$ và $a.b = 3$.

24. Tính giá trị của biểu thức $49x^2 - 70x + 25$ trong mỗi trường hợp sau :

a) $x = 5$; b) $x = \frac{1}{7}$.

25. Tính :

a) $(a + b + c)^2$; b) $(a + b - c)^2$;

c) $(a - b - c)^2$.

§4. Những hằng đẳng thức đáng nhớ (tiếp)

4. Lập phương của một tổng

?1 *Tính $(a+b)(a+b)^2$ (với a, b là hai số tuỳ ý).*

Từ đó rút ra $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Với A và B là các biểu thức tuỳ ý ta cũng có :

$$\boxed{(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3} \qquad (4)$$

?2 *Phát biểu hằng đẳng thức (4) bằng lời.*

Áp dụng

a) Tính $(x+1)^3$.

b) Tính $(2x+y)^3$.

5. Lập phương của một hiệu

?3 *Tính $[a+(-b)]^3$ (với a, b là các số tuỳ ý).*

Từ đó rút ra $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

Với A và B là các biểu thức tuỳ ý ta cũng có :

$$\boxed{(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3} \qquad (5)$$

?4 *Phát biểu hằng đẳng thức (5) bằng lời.*

Áp dụng

a) Tính $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$.

b) Tính $(x-2y)^3$.

c) Trong các khẳng đinh sau, khẳng định nào đúng ?

1) $(2x-1)^2 = (1-2x)^2$;

2) $(x-1)^3 = (1-x)^3$;

3) $(x+1)^3 = (1+x)^3$;

4) $x^2 \quad 1 - 1 \quad x^2$;

5) $(x - 3)^2 - x^2 - 2x + 9$.

Em có nhận xét gì về quan hệ của $(A - B)^2$ với $(B - A)^2$, của $(A - B)^3$ với $(B - A)^3$?

BÀI TẬP

26. Tính .

a) $(2x^2 + 3y)^3$; b) $\left(\frac{1}{2}x - 3\right)^3$.

27. Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng hoặc một hiệu :

a) $-x^3 + 3x^2 - 3x + 1$;

b) $8 - 12x + 6x^2 - x^3$.

28. Tính giá trị của biểu thức :

a) $x^3 + 12x^2 + 48x + 64$ tại $x = 6$;

b) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ tại $x - 22$.

29. ***Đố. Đức tính đáng quý.***

Hãy viết mỗi biểu thức sau dưới dạng bình phương hoặc lập phương của một tổng hoặc một hiệu, rồi điền chữ cùng dòng với biểu thức đó vào bảng cho thích hợp Sau khi thêm dấu, em sẽ tìm ra một trong những đức tính quý báu của con người.

$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ N

$16 + 8x + x^2$ U

$3x^2 + 3x + 1 + x^3$ H

$1 - 2y + y^2$ Â

$(x-1)^3$	$(x+1)^3$	$(y-1)^2$	$(x-1)^3$	$(1+x)^3$	$(1-y)^2$	$(x+4)^2$

§5. Những hằng đẳng thức đáng nhớ (tiếp)

6. Tổng hai lập phương

?1 *Tính $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ (với a, b là các số tuỳ ý).*

Từ đó rút ra $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$.

Với A và B là các biểu thức tuỳ ý ta cũng có :

$$\boxed{A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)} \qquad (6)$$

(*Lưu ý :* Ta quy ước gọi $A^2 - AB + B^2$ là *bình phương thiếu của hiệu* A – B)

?2 *Phát biểu hằng đẳng thức (6) bằng lời.*

Áp dụng

a) Viết $x^3 + 8$ dưới dạng tích.

b) Viết $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ dưới dạng tổng.

7. Hiệu hai lập phương

?3 *Tính* $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ *(với a, b là các số tuỳ ý).*

Từ đó rút ra $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Với A và B là các biểu thức tuỳ ý ta cũng có :

$$\boxed{A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)} \qquad (7)$$

(*Lưu ý :* Ta quy ước gọi $A^2 + AB + B^2$ là *bình phương thiếu của tổng* A + B).

?4 *Phát biểu hằng đẳng thức (7) bằng lời.*

Áp dụng

a) Tính $(x - 1)(x^2 + x + 1)$.

b) Viết $8x^3 - y^3$ dưới dạng tích.

c) Hãy đánh dấu × vào ô có đáp số đúng của tích. $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$.

$x^3 + 8$	
$x^3 - 8$	
$(x + 2)^3$	
$(x - 2)^3$	

Ta có bảy hằng đẳng thức đáng nhớ :

1)	$(A + B)^2$	$=$	$A^2 + 2AB + B^2$
2)	$(A - B)^2$	$=$	$A^2 - 2AB + B^2$
3)	$A^2 - B^2$	$=$	$(A + B)(A - B)$
4)	$(A + B)^3$	$=$	$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
5)	$(A - B)^3$	$=$	$A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
6)	$A^3 + B^3$	$=$	$(A + B)(A^2 - AB + B^2)$
7)	$A^3 - B^3$	$=$	$(A - B)(A^2 + AB + B^2)$

BÀI TẬP

30. Rút gọn các biểu thức sau :

a) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9) - (54 + x^3)$;

b) $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2) - (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)$.

31. Chứng minh rằng :

a) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$;

b) $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$.

Áp dụng : Tính $a^3 + b^3$, biết $a\ b = 6$ và $a + b = -5$

32. Điền các đơn thức thích hợp vào ô trống :

a) $(3x + y)(\square - \square + \square) = 27x^3 + y^3$;

b) $(2x - \square)(\square + 10x + \square) = 8x^3 - 125$

LUYỆN TẬP

33. Tính :

a) $(2 + xy)^2$;

b) $(5 - 3x)^2$;

c) $(5 - x^2)(5 + x^2)$;

d) $(5x - 1)^3$;

e) $(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)$;

f) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$.

34. Rút gọn các biểu thức sau :

a) $(a + b)^2 - (a - b)^2$; b) $(a + b)^3 - (a - b)^3 - 2b^3$;

c) $(x + y + z)^2 - 2(x + y + z)(x + y) + (x + y)^2$.

35. Tính nhanh :

a) $34^2 + 66^2 + 68.66$; b) $74^2 + 24^2 - 48.74$.

36. Tính giá trị của biểu thức :

a) $x^2 + 4x + 4$ tại $x = 98$; b) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ tại $x = 99$

37. Dùng bút chì nối các biểu thức sao cho chúng tạo thành hai vế của một hằng đẳng thức (theo mẫu) :

$(x - y)(x^2 + xy + y^2)$	$x^3 + y^3$
$(x + y)(x - y)$	$x^3 - y^3$
$x^2 \quad 2xy + y^2$	$x^2 + 2xy + y^2$
$(x + y)^2$	$x^2 - y^2$
$(x + y)(x^2 - xy + y^2)$	$(y - x)^2$
$y^3 + 3xy^2 + 3x^2y + x^3$	$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
$(x - y)^3$	$(x + y)^3$

38. Chứng minh các đẳng thức sau :

a) $(a \quad b)^3 - \quad (b \quad a)^3$; b) $(\quad a \quad b)^2 - (a + b)^2$.



Trò chơi : ĐÔI BẠN NHANH NHẤT

Có 14 tấm bìa, trên mỗi tấm ghi sẵn một vế của một trong bảy hằng đẳng thức đáng nhớ và úp mặt có chữ xuống phía dưới. Mỗi đợt chơi sẽ có 14 bạn tham gia, mỗi người bốc thăm lấy một tấm bìa (không được lật mặt bìa lên khi chưa có hiệu lệnh). Trọng tài phất cờ, tất cả giơ cao tấm bìa mình có và đôi bạn có hai tấm bìa xếp thành một hằng đẳng thức tìm đứng cạnh nhau nhanh nhất sẽ giành chiến thắng

$x^2 + 2xy + y^2$ $(x + y)^2$



§6. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung

1. Ví dụ

Ví dụ 1. Hãy viết $2x^2 \quad 4x$ thành một tích của những đa thức.

Gợi ý. Ta thấy $2x^2 - 2x.x$

$4x - 2x.2.$

Giải. $2x^2 \quad 4x = 2x.x \quad 2x.2 - 2x(x \quad 2).$

Việc biến đổi $2x^2 \quad 4x$ thành tích $2x(x \quad 2)$ được gọi là phân tích đa thức $2x^2 - 4x$ thành nhân tử

Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.

Cách làm như ví dụ trên gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung* (một số phương pháp khác để phân tích đa thức thành nhân tử chúng ta sẽ nghiên cứu sau).

Ví dụ 2. Phân tích đa thức $15x^3 \quad 5x^2 + 10x$ thành nhân tử

Giải. $15x^3 - 5x^2 + 10x - 5x.3x^2 - 5x.x + 5x.2 - 5x(3x^2 - x + 2).$

2. Áp dụng

?1 *Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :*

a) $x^2 \quad x$;

b) $5x^2(x - 2y) - 15x(x - 2y)$;

c) $3(x - y) - 5x(y - x)$.

► ***Chú ý.*** *Nhiều khi để làm xuất hiện nhân tử chung ta cần đổi dấu các hạng tử (lưu ý tới tính chất $A = -(-A)$).*

?2 *Tìm x sao cho $3x^2 \quad 6x - 0$.*

Gợi ý. Phân tích đa thức $3x^2 \quad 6x$ thành nhân tử, ta được $3x(x \quad 2)$.

Tích trên bằng 0 khi một trong các nhân tử bằng 0.

BÀI TẬP

39. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $3x \quad 6y$;

b) $\frac{2}{5}x^2 + 5x^3 + x^2y$;

c) $14x^2y - 21xy^2 + 28x^2y^2$;

d) $\frac{2}{5}x(y-1) - \frac{2}{5}y(y-1)$;

e) $10x(x-y) - 8y(y-x)$.

40. Tính giá trị của biểu thức :

a) $15.91,5 + 150.0,85$;

b) $x(x-1) - y(1-x)$ tại $x = 2001$ và $y = 1999$.

41. Tìm x, biết :

a) $5x(x-2000) - x + 2000 = 0$;

b) $x^3 - 13x = 0$.

42. Chứng minh rằng $55^{n+1} - 55^n$ chia hết cho 54 (với n là số tự nhiên).

§7. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp dùng hằng đẳng thức

1. Ví dụ

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^2 - 4x + 4$; b) $x^2 - 2$; c) $1 - 8x^3$

Giải

a) $x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2x.2 + 2^2 = (x-2)^2$.

b) $x^2 - 2 = x^2 - (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$.

c) $1 - 8x^3 = 1^3 - (2x)^3 = (1-2x)(1 + 2x + 4x^2)$.

Cách làm như các ví dụ trên gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp dùng hằng đẳng thức*.

?1 *Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :*

a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$;

b) $(x + y)^2 - 9x^2$.

?2 *Tính nhanh :* $105^2 - 25$.

2. Áp dụng

Ví dụ. Chứng minh rằng $(2n + 5)^2 - 25$ chia hết cho 4 với mọi số nguyên n.

Giải. Ta có

$$(2n + 5)^2 - 25 = (2n + 5)^2 - 5^2$$
$$= (2n + 5 - 5)(2n + 5 + 5)$$
$$= 2n(2n + 10)$$
$$= 4n(n + 5)$$

nên $(2n + 5)^2 - 25$ chia hết cho 4 với mọi số nguyên n.

BÀI TẬP

43. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^2 + 6x + 9$;
b) $10x - 25 - x^2$;

c) $8x^3 - \frac{1}{8}$;
d) $\frac{1}{25}x^2 - 64y^2$.

44. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^3 + \frac{1}{27}$;
b) $(a + b)^3 - (a - b)^3$;

c) $(a + b)^3 + (a - b)^3$;
d) $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$;

e) $-x^3 + 9x^2 - 27x + 27$.

45. Tìm x, biết :

a) $2 - 25x^2 = 0$;
b) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$.

46. Tính nhanh :

a) $73^2 - 27^2$; b) $37^2 - 13^2$;

c) $2002^2 - 2^2$.

§8. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử

1. Ví dụ

Ví dụ 1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử :

$$x^2 - 3x + xy - 3y.$$

Gợi ý

– Các hạng tử có nhân tử chung hay không ?

– Làm thế nào để xuất hiện nhân tử chung ?

Giải.
$$\begin{aligned} x^2 - 3x + xy - 3y &= (x^2 - 3x) + (xy - 3y) \\ &= x(x - 3) + y(x - 3) \\ &= (x - 3)(x + y). \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Phân tích đa thức sau thành nhân tử :

$$2xy + 3z + 6y + xz.$$

Giải. Ta có thể nhóm một cách thích hợp các hạng tử như sau :

$$\begin{aligned} 2xy + 3z + 6y + xz &= (2xy + 6y) + (3z + xz) \\ &= 2y(x + 3) + z(x + 3) \\ &= (x + 3)(2y + z). \end{aligned}$$

Cách làm như các ví dụ trên được gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử.*

Đối với một đa thức có thể có nhiều cách nhóm những hạng tử thích hợp.

Chẳng hạn ở ví dụ 1, ta có thể phân tích bằng cách nhóm khác :

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + xy - 3y &= (x^2 + xy) + (-3x - 3y) \\ &= x(x + y) - 3(x + y) \\ &= (x + y)(x - 3) \end{aligned}$$

2. Áp dụng

?1 *Tính nhanh* $15\,.\,64 + 25\,.\,100 + 36\,.\,15 + 60\,.\,100$.



?2 *Khi thảo luận nhóm, một bạn ra đề bài : Hãy phân tích đa thức* $x^4 - 9x^3 + x^2 - 9x$ *thành nhân tử.*

Bạn Thái làm như sau :

$$x^4 - 9x^3 + x^2 - 9x = x(x^3 - 9x^2 + x - 9).$$

Bạn Hà làm như sau :

$$x^4 - 9x^3 + x^2 - 9x = (x^4 - 9x^3) + (x^2 - 9x)$$

$$= x^3(x - 9) + x(x - 9) = (x - 9)(x^3 + x).$$

Bạn An làm như sau :

$$x^4 - 9x^3 + x^2 - 9x = (x^4 + x^2) - (9x^3 + 9x) = x^2(x^2 + 1) - 9x(x^2 + 1)$$

$$= (x^2 + 1)(x^2 - 9x) = x(x - 9)(x^2 + 1).$$

Hãy nêu ý kiến của em về lời giải của các bạn.

BÀI TẬP

47. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^2 - xy + x - y$; b) $xz + yz - 5(x + y)$;

c) $3x^2 - 3xy - 5x + 5y$.

48. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^2 + 4x - y^2 + 4$; b) $3x^2 + 6xy + 3y^2 - 3z^2$;

c) $x^2 - 2xy + y^2 - z^2 + 2zt - t^2$.

49. Tính nhanh :

a) $37{,}5\,.\,6{,}5 - 7{,}5\,.\,3{,}4 - 6{,}6\,.\,7{,}5 + 3{,}5\,.\,37{,}5$;

b) $45^2 + 40^2 - 15^2 + 80\,.\,45$.

50. Tìm x, biết :

a) $x(x - 2) + x - 2 = 0$;

b) $5x(x - 3) - x + 3 = 0$.

§9. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách phối hợp nhiều phương pháp

1. Ví dụ

Ví dụ 1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử :

$$5x^3 + 10x^2y + 5xy^2.$$

Gợi ý

– Đặt nhân tử chung ?

– Dùng hằng đẳng thức ?

– Nhóm nhiều hạng tử ?

– Hay có thể phối hợp các phương pháp trên ?

Giải.
$$5x^3 + 10x^2y + 5xy^2 = 5x(x^2 + 2xy + y^2) = 5x(x + y)^2.$$

Ví dụ 2. Phân tích đa thức sau thành nhân tử :

$$x^2 - 2xy + y^2 - 9.$$

Giải.
$$x^2 - 2xy + y^2 - 9 = (x^2 - 2xy + y^2) - 9 = (x - y)^2 - 3^2 = (x - y - 3)(x - y + 3).$$

?1 *Phân tích đa thức* $2x^3y - 2xy^3 - 4xy^2 - 2xy$ *thành nhân tử.*

2. Áp dụng

?2 a) *Tính nhanh giá trị của biểu thức* $x^2 + 2x + 1 - y^2$ *tại* $x = 94,5$ *và* $y = 4,5$.

Gợi ý. Phân tích đa thức $x^2 + 2x + 1 - y^2$ thành nhân tử rồi thay số vào tính.

b) *Khi phân tích đa thức* $x^2 + 4x - 2xy - 4y + y^2$ *thành nhân tử, bạn Việt làm như sau :*

$$x^2 + 4x - 2xy - 4y + y^2 = (x^2 - 2xy + y^2) + (4x - 4y)$$
$$= (x - y)^2 + 4(x - y)$$
$$= (x - y)(x - y + 4).$$

Em hãy chỉ rõ trong cách làm trên, bạn Việt đã sử dụng những phương pháp nào để phân tích đa thức thành nhân tử.

BÀI TẬP

51. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^3 - 2x^2 + x$; b) $2x^2 + 4x + 2 - 2y^2$;

c) $2xy - x^2 - y^2 + 16$.

52. Chứng minh rằng $(5n + 2)^2 - 4$ chia hết cho 5 với mọi số nguyên n.

53. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^2 - 3x + 2$;

(*Gợi ý*. Ta không thể áp dụng ngay các phương pháp đã học để phân tích nhưng nếu tách hạng tử $-3x = -x - 2x$ thì ta có $x^2 - 3x + 2 = x^2 - x - 2x + 2$ và từ đó dễ dàng phân tích tiếp.

Cũng có thể tách $2 = -4 + 6$, khi đó ta có $x^2 - 3x + 2 = x^2 - 4 - 3x + 6$, từ đó dễ dàng phân tích tiếp).

b) $x^2 + x - 6$;

c) $x^2 + 5x + 6$

LUYỆN TẬP

54. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^3 + 2x^2y + xy^2 - 9x$; b) $2x - 2y - x^2 + 2xy - y^2$;

c) $x^4 - 2x^2$.

55. Tìm x, biết :

a) $x^3 - \frac{1}{4}x - 0$; b) $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2 \quad 0$;

c) $x^2(x - 3) + 12 - 4x = 0$.

56. Tính nhanh giá trị của đa thức .

a) $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$ tại $x = 49,75$; b) $x^2 \quad y^2 \quad 2y \quad 1$ tại $x = 93$ và $y - 6$.

57. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^2 - 4x + 3$; b) $x^2 + 5x + 4$;

c) $x^2 - x - 6$; d) $x^4 + 4$

(*Gợi ý câu d)* : Thêm và bớt $4x^2$ vào đa thức đã cho).

58. Chứng minh rằng $n^3 \quad n$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên n.

§10. Chia đơn thức cho đơn thức

Cho A và B là hai đa thức, $B \neq 0$. Ta nói đa thức A chia hết cho đa thức B nếu tìm được một đa thức Q sao cho $A = B.Q$.

A được gọi là đa thức bị chia, B được gọi là đa thức chia, Q được gọi là đa thức thương (gọi tắt là thương). Kí hiệu $Q - A : B$ hoặc $Q - \frac{A}{B}$

Trong §10 này, ta xét trường hợp đơn giản nhất của phép chia hai đa thức, đó là phép chia đơn thức cho đơn thức.

1. Quy tắc

Ở lớp 7 ta đã biết . Với mọi $x \neq 0$, $m, n \in \mathbf{N}$, $m \geq n$ thì .

$x^m : x^n - x^{m \; n}$ nếu $m > n$

$x^m : x^n - 1$ nếu $m - n$.

?1 *Làm tính chia .*

a) $x^3 : x^2$;

b) $15x^7 : 3x^2$;

c) $20x^5 : 12x$.

?2 a) *Tính* $15x^2y^2 : 5xy^2$.

b) *Tính* $12x^3y : 9x^2$.

Nhận xét. *Đơn thức A chia hết cho đơn thức B khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A.*

Quy tắc

> ***Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp A chia hết cho B) ta làm như sau :***
>
> ***– Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B.***
>
> ***– Chia luỹ thừa của từng biến trong A cho luỹ thừa của cùng biến đó trong B.***
>
> ***– Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.***

2. Áp dụng

?3 a) *Tìm thương trong phép chia, biết đơn thức bị chia là* $15x^3y^5z$, *đơn thức chia là* $5x^2y^3$.

b) *Cho* $P – 12x^4y^2 \;.\; (-9xy^2)$. *Tính giá trị của biểu thức P tại* $x – -3$ *và* $y = 1{,}005$.

BÀI TẬP

Làm tính chia trong các bài 59, 60, 61.

59. a) $5^3 : (\ 5)^2$; b) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(\frac{3}{4}\right)^3$; c) $(\ 12)^3 : 8^3$.

60. a) $x^{10} : (-x)^8$; b) $(-x)^5 : (-x)^3$; c) $(-y)^5 : (-y)^4$.

61. a) $5x^2y^4 : 10x^2y$; b) $\frac{3}{4}x^3y^3 : \left(-\frac{1}{2}x^2y^2\right)$; c) $(-xy)^{10} : (-xy)^5$.

62. Tính giá trị của biểu thức $15x^4y^3z^2 : 5xy^2z^2$ tại $x = 2$, $y = -10$ và $z = 2004$

§11. Chia đa thức cho đơn thức

1. Quy tắc

?1 *Cho đơn thức $3xy^2$.*

- Hãy viết một đa thức có các hạng tử đều chia hết cho $3xy^2$;

- Chia các hạng tử của đa thức đó cho $3xy^2$;

– Cộng các kết quả vừa tìm được với nhau.

Chẳng hạn :

$$(15x^2y^5 + 12x^3y^2 - 10xy^3) : 3xy^2$$

$$= (15x^2y^5 : 3xy^2) + (12x^3y^2 : 3xy^2) + (-10xy^3 : 3xy^2)$$

$$= 5xy^3 + 4x^2 - \frac{10}{3}y.$$

Đa thức $5xy^3 + 4x^2 - \frac{10}{3}y$ là thương của phép chia đa thức $15x^2y^5 + 12x^3y^2 - 10xy^3$ cho đơn thức $3xy^2$.

Ta có quy tắc chia đa thức cho đơn thức (trường hợp các hạng tử của đa thức A đều chia hết cho đơn thức B) như sau :

Quy tắc

Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp các hạng tử của đa thức A đều chia hết cho đơn thức B), ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

Ví dụ. Thực hiện phép tính :

$$(30x^4y^3 \quad 25x^2y^3 \quad 3x^4y^4) : 5x^2y^3.$$

Giải. $(30x^4y^3 - 25x^2y^3 - 3x^4y^4) : 5x^2y^3$

$- (30x^4y^3 : 5x^2y^3) + (-25x^2y^3 : 5x^2y^3) + (-3x^4y^4 : 5x^2y^3)$

$= 6x^2 \quad 5 \quad \frac{3}{5}x^2y.$

▶ ***Chú ý.*** *Trong thực hành ta có thể tính nhẩm và bỏ bớt một số phép tính trung gian.*

2. Áp dụng

?2 a) *Khi thực hiện phép chia* $(4x^4 \quad 8x^2y^2 + 12x^5y) : (\quad 4x^2)$, *bạn Hoa viết :*

$$4x^4 - 8x^2y^2 + 12x^5y - - 4x^2(-x^2 + 2y^2 - 3x^3y)$$

nên $(4x^4 - 8x^2y^2 + 12x^5y) : (-4x^2) - - x^2 + 2y^2 - 3x^3y.$

Em hãy nhận xét xem bạn Hoa giải đúng hay sai.

b) *Làm tính chia :*

$$(20x^4y - 25x^2y^2 - 3x^2y) : 5x^2y.$$

BÀI TẬP

63. Không làm tính chia, hãy xét xem đa thức A có chia hết cho đơn thức B không :

$A = 15xy^2 + 17xy^3 + 18y^2$

$B = 6y^2.$

64. Làm tính chia :

a) $(\quad 2x^5 + 3x^2 \quad 4x^3) : 2x^2$; b) $(x^3 \quad 2x^2y + 3xy^2) : \left(\quad \frac{1}{2}x \right)$;

c) $(3x^2y^2 + 6x^2y^3 - 12xy) : 3xy.$

65. Làm tính chia :

$$\left[3(x \quad y)^4 + 2(x \quad y)^3 \quad 5(x \quad y)^2\right] : (y \quad x)^2 .$$

(*Gợi ý*. Có thể đặt $x \quad y - z$ rồi áp dụng quy tắc chia đa thức cho đơn thức).

66. *Ai đúng, ai sai ?*

Khi giải bài tập : "Xét xem đa thức $A = 5x^4 \quad 4x^3 + 6x^2y$ có chia hết cho đơn thức $B - 2x^2$ hay không.",

Hà trả lời : "A không chia hết cho B vì 5 không chia hết cho 2",

Quang trả lời : "A chia hết cho B vì mọi hạng tử của A đều chia hết cho B".

Cho biết ý kiến của em về lời giải của hai bạn.

§12. Chia đa thức một biến đã sắp xếp

1. Phép chia hết

Để chia đa thức $(2x^4 \quad 13x^3 + 15x^2 + 11x \quad 3)$ cho đa thức $(x^2 \quad 4x \quad 3)$ ta làm như sau :

- Đặt phép chia

$$\begin{array}{l|l} 2x^4 \quad 13x^3 + 15x^2 + 11x \quad 3 & x^2 \quad 4x \quad 3 \\ \hline & \end{array}$$

Chia hạng tử bậc cao nhất của đa thức bị chia cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia :

$$2x^4 : x^2 = 2x^2.$$

Nhân $2x^2$ với đa thức chia $x^2 \quad 4x \quad 3$ rồi lấy đa thức bị chia trừ đi tích nhận được :

$$\begin{array}{l|l} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 & x^2 \quad 4x \quad 3 \\ \hline -\;2x^4 - 8x^3 - 6x^2 & 2x^2 \\ \hline - 5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 & \end{array}$$

Hiệu vừa tìm được gọi là dư thứ nhất.

• Chia hạng tử bậc cao nhất của dư thứ nhất cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia, cụ thể là :

$$-5x^3 . x^2 - -5x.$$

Lấy dư thứ nhất trừ đi tích của 5x với đa thức chia ta được dư thứ hai :

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 & x^2 - 4x - 3 \\ \cline{2-2} -\quad 2x^4 - 8x^3 - 6x^2 & 2x^2 - 5x \\ \cline{1-1} -5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 & \\ -5x^3 + 20x^2 + 15x & \\ \cline{1-1} x^2 - 4x - 3 & \end{array}$$

Thực hiện tương tự như trên, ta được :

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 & x^2 - 4x - 3 \\ \cline{2-2} -\quad 2x^4 \quad 8x^3 \quad 6x^2 & 2x^2 \quad 5x + 1 \\ \cline{1-1} -5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 & \\ -5x^3 + 20x^2 + 15x & \\ \cline{1-1} x^2 - 4x - 3 & \\ -\quad x^2 - 4x - 3 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

• Dư cuối cùng bằng 0, ta được thương là $2x^2 \cdot 5x + 1$. Khi đó ta có :

$$(2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3) : (x^2 - 4x - 3) = 2x^2 - 5x + 1.$$

Phép chia có dư bằng 0 *là phép chia hết.*

 *Kiểm tra lại tích* $(x^2 - 4x - 3)(2x^2 - 5x + 1)$ *có bằng* $(2x^4 - 13x^3 + 15x^2 +$ $+ 11x - 3)$ *hay không.*

2. Phép chia có dư

Thực hiện phép chia đa thức $(5x^3 - 3x^2 + 7)$ cho đa thức $(x^2 + 1)$.

Làm tương tự như trên, ta được :

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & 5x^3 - 3x^2 & & + 7 & x^2 + 1 \\ \cline{5-5}
- & 5x^3 & + 5x & & 5x - 3 \\ \cline{2-4}
 & -3x^2 & - 5x & + 7 & \\
- & -3x^2 & & - 3 & \\ \cline{2-4}
 & & -5x & + 10 &
\end{array}
$$

Đến đây ta thấy đa thức dư $-5x + 10$ có bậc bằng 1 nhỏ hơn bậc của đa thức chia (bằng 2) nên phép chia không thể tiếp tục được.

Phép chia trong trường hợp này được gọi là *phép chia có dư*, $-5x + 10$ gọi là *dư* và ta có :

$$5x^3 - 3x^2 + 7 = (x^2 + 1)(5x - 3) - 5x + 10.$$

► ***Chú ý.*** *Người ta chứng minh được rằng đối với hai đa thức tuỳ ý* **A** *và* **B** *của cùng một biến* (**B** $\neq 0$), *tồn tại duy nhất một cặp đa thức* **Q** *và* **R** *sao cho* $A = B.Q + R$, *trong đó* **R** *bằng 0 hoặc bậc của* **R** *nhỏ hơn bậc của* **B** *(***R** *được gọi là dư trong phép chia* **A** *cho* **B***).*

Khi **R** = 0 *phép chia* **A** *cho* **B** *là phép chia hết.*

BÀI TẬP

67. Sắp xếp các đa thức theo luỹ thừa giảm dần của biến rồi làm phép chia :

a) $(x^3 - 7x + 3 - x^2) : (x - 3)$; b) $(2x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 2 + 6x) : (x^2 - 2)$.

68. Áp dụng hằng đẳng thức đáng nhớ để thực hiện phép chia :

a) $(x^2 + 2xy + y^2) : (x + y)$; b) $(125x^3 + 1) : (5x + 1)$;

c) $(x^2 - 2xy + y^2) : (y - x)$.

69. Cho hai đa thức : $A = 3x^4 + x^3 + 6x - 5$ và $B = x^2 + 1$. Tìm dư R trong phép chia A cho B rồi viết A dưới dạng $A = B . Q + R$.

LUYỆN TẬP

70. Làm tính chia :

a) $(25x^5 - 5x^4 + 10x^2) : 5x^2$;   b) $(15x^3y^2 - 6x^2y - 3x^2y^2) : 6x^2y$.

71. Không thực hiện phép chia, hãy xét xem đa thức A có chia hết cho đa thức B hay không

a) $A = 15x^4 - 8x^3 + x^2$

$B = \frac{1}{2}x^2$;

b) $A = x^2 - 2x + 1$

$B = 1 - x$.

72. Làm tính chia :

$$(2x^4 + x^3 - 3x^2 + 5x - 2) : (x^2 - x + 1).$$

73. Tính nhanh :

a) $(4x^2 - 9y^2) : (2x - 3y)$;   b) $(27x^3 - 1) : (3x - 1)$;

c) $(8x^3 + 1) : (4x^2 - 2x + 1)$;   d) $(x^2 - 3x + xy - 3y) : (x + y)$.

74. Tìm số a để đa thức $2x^3 - 3x^2 + x + a$ chia hết cho đa thức $x + 2$.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. Câu hỏi

1. Phát biểu các quy tắc nhân đơn thức với đa thức, nhân đa thức với đa thức.

2. Viết bảy hằng đẳng thức đáng nhớ.

3. Khi nào thì đơn thức A chia hết cho đơn thức B ?

4. Khi nào thì đa thức A chia hết cho đơn thức B ?

5. Khi nào thì đa thức A chia hết cho đa thức B ?

B. Bài tập

75. Làm tính nhân :

a) $5x^2.(3x^2 - 7x + 2)$; b) $\frac{2}{3}xy.(2x^2y - 3xy + y^2)$

76. Làm tính nhân :

a) $(2x^2 - 3x)(5x^2 - 2x + 1)$; b) $(x - 2y)(3xy + 5y^2 + x)$.

77. Tính nhanh giá trị của biểu thức :

a) $M = x^2 + 4y^2 - 4xy$ tại $x = 18$ và $y = 4$;

b) $N = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$ tại $x = 6$ và $y = -8$.

78. Rút gọn các biểu thức sau :

a) $(x + 2)(x - 2) - (x - 3)(x + 1)$;

b) $(2x + 1)^2 + (3x - 1)^2 + 2(2x + 1)(3x - 1)$

79. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $x^2 - 4 + (x - 2)^2$; b) $x^3 - 2x^2 + x - xy^2$;

c) $x^3 - 4x^2 - 12x + 27$.

80. Làm tính chia :

a) $(6x^3 - 7x^2 - x + 2) : (2x + 1)$; b) $(x^4 - x^3 + x^2 + 3x) : (x^2 - 2x + 3)$;

c) $(x^2 - y^2 + 6x + 9) : (x + y + 3)$

81. Tìm x, biết :

a) $\frac{2}{3}x(x^2 - 4) = 0$; b) $(x + 2)^2 - (x - 2)(x + 2) = 0$;

c) $x + 2\sqrt{2}x^2 + 2x^3 = 0$.

82. Chứng minh :

a) $x^2 - 2xy + y^2 + 1 > 0$ với mọi số thực x và y ;

b) $x - x^2 - 1 < 0$ với mọi số thực x.

83. Tìm $n \in \mathbf{Z}$ để $2n^2 - n + 2$ chia hết cho $2n + 1$.

Chương II – PHÂN THỨC ĐẠI SỐ



Ở lớp *7* ta đã biết, từ tập hợp các số nguyên **Z** ta thiết lập được tập hợp các số hữu tỉ **Q** Khi đó, mỗi số nguyên cũng là một số hữu tỉ Tương tự, bây giờ từ tập hợp các đa thức ta sẽ thiết lập một tập hợp mới gồm những biểu thức gọi là những *phân thức đại số*. Học chương này, các em sẽ biết thế nào là một phân thức đại số, biết các quy tắc làm tính trên các phân thức đại số và sẽ thấy rằng những quy tắc ấy tương tự như các quy tắc làm tính trên các phân số.

§1. Phân thức đại số

Phân số được tao thành từ số nguyên. Phân thức đai số được tao thành từ ... ?

1. Định nghĩa

Quan sát các biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$ sau đây :

a) $\frac{4x\ \ 7}{2x^3+4x-5}$; b) $\frac{15}{3x^2-7x+8}$; c) $\frac{x\ \ 12}{1}$.

Ta nhận thấy trong các biểu thức này A và B là những đa thức. Những biểu thức như thế được gọi là những *phân thức đại số.*

Ta có định nghĩa .

Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$*, trong đó A, **B** là những đa thức và **B** khác đa thức 0.*

*A được gọi là tử thức (hay tử), **B** được gọi là mẫu thức (hay mẫu).*

Mỗi đa thức cũng được coi như một phân thức với mẫu thức bằng 1.

?1 *Em hãy viết một phân thức đại số.*

?2 *Một số thực a bất kì có phải là một phân thức không ? Vì sao ?*

Số 0, số 1 cũng là những phân thức đại số.

2. Hai phân thức bằng nhau

Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ gọi là bằng nhau nếu A.D = B.C. Ta viết :

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D} \text{ nếu } A.D = B.C.$$

Ví dụ. $\frac{x-1}{x^2-1}=\frac{1}{x+1}$ vì $(x-1)(x+1) = 1 . (x^2-1)$.

?3 *Có thể kết luận* $\frac{3x^2y}{6xy^3}=\frac{x}{2y^2}$ *hay không ?*

?4 *Xét xem hai phân thức* $\frac{x}{3}$ *và* $\frac{x^2+2x}{3x+6}$ *có bằng nhau không.*

?5 *Bạn Quang nói rằng :* $\frac{3x+3}{3x}=3$*, còn bạn Vân thì nói :* $\frac{3x+3}{3x}=\frac{x+1}{x}$.
Theo em, ai nói đúng ?

BÀI TẬP

1. Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau chứng tỏ rằng :

a) $\dfrac{5y}{7} = \dfrac{20xy}{28x}$;

b) $\dfrac{3x(x+5)}{2(x+5)} = \dfrac{3x}{2}$;

c) $\dfrac{x+2}{x-1} = \dfrac{(x+2)(x+1)}{x^2-1}$;

d) $\dfrac{x^2-x-2}{x+1} = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$;

e) $\dfrac{x^3+8}{x^2-2x+4} = x+2.$

2. Ba phân thức sau có bằng nhau không ?

$$\frac{x^2-2x-3}{x^2+x},\quad \frac{x-3}{x},\quad \frac{x^2-4x+3}{x^2-x}.$$

3. Cho ba đa thức : x^2-4x, x^2+4, x^2+4x. Hãy chọn đa thức thích hợp trong ba đa thức đó rồi điền vào chỗ trống trong đẳng thức dưới đây :

$$\frac{\ldots}{x^2-16} = \frac{x}{x-4}.$$

§2. Tính chất cơ bản của phân thức

Tính chất của phân thức có giống tính chất của phân số hay không ?



1. Tính chất cơ bản của phân thức

?1 *Hãy nhắc lại tính chất cơ bản của phân số.*

?2 *Cho phân thức* $\frac{x}{3}$. *Hãy nhân tử và mẫu của phân thức này với x + 2 rồi so sánh phân thức vừa nhận được với phân thức đã cho.*

?3 *Cho phân thức* $\frac{3x^2y}{6xy^3}$. *Hãy chia tử và mẫu của phân thức này cho 3xy rồi so sánh phân thức vừa nhận được với phân thức đã cho.*

Phân thức đại số có tính chất cơ bản sau :

> ***Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức bằng phân thức đã cho :***
>
> $$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M}$$ ***(M là một đa thức khác đa thức 0).***
>
> ***Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho :***
>
> $$\frac{A}{B} = \frac{A : N}{B : N}$$ ***(N là một nhân tử chung).***

Tính chất này được gọi là tính chất cơ bản của phân thức

?4 *Dùng tính chất cơ bản của phân thức, hãy giải thích vì sao có thể viết :*

a) $\frac{2x(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{x+1}$;   b) $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$.

2. Quy tắc đổi dấu

Đẳng thức b) của ?4 cho ta quy tắc đổi dấu sau đây :

> ***Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho :***
>
> $$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}.$$

?5 *Dùng quy tắc đổi dấu hãy điền một đa thức thích hợp vào chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau :*

a) $\dfrac{y-x}{4-x}=\dfrac{x-y}{...}$; b) $\dfrac{5-x}{11-x^2}=\dfrac{...}{x^2-11}$.

BÀI TẬP

4. Cô giáo yêu cầu mỗi bạn cho một ví dụ về hai phân thức bằng nhau. Dưới đây là những ví dụ mà các bạn Lan, Hùng, Giang, Huy đã cho :

$$\frac{x+3}{2x-5}=\frac{x^2+3x}{2x^2-5x} \text{ (Lan)} ; \qquad \frac{(x+1)^2}{x^2+x}=\frac{x+1}{1} \text{ (Hùng)} ;$$

$$\frac{4-x}{-3x}=\frac{x-4}{3x} \text{ (Giang)} ; \qquad \frac{(x-9)^3}{2(9-x)}=\frac{(9-x)^2}{2} \text{ (Huy)}$$

Em hãy dùng tính chất cơ bản của phân thức và quy tắc đổi dấu để giải thích ai viết đúng, ai viết sai. Nếu có chỗ nào sai em hãy sửa lại cho đúng.

5. Điền đa thức thích hợp vào mỗi chỗ trống trong các đẳng thức sau :

a) $\dfrac{x^3+x^2}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{...}{x-1}$; b) $\dfrac{5(x+y)}{2}=\dfrac{5x^2-5y^2}{...}$.

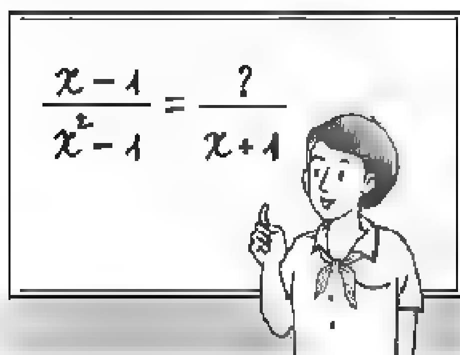
6. ***Đố.*** Hãy dùng tính chất cơ bản của phân thức để điền một đa thức thích hợp vào chỗ trống :

$$\frac{x^5-1}{x^2-1}=\frac{...}{x+1}.$$

§3. Rút gọn phân thức

Cách rút gọn phân thức có giống cách rút gọn phân số hay không ?

?1 *Cho phân thức* $\dfrac{4x^3}{10x^2y}$.



a) *Tìm nhân tử chung của cả tử và mẫu.*

b) *Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.*

Ta thấy phân thức vừa tìm được đơn giản hơn phân thức đã cho. Cách biến đổi mà em vừa làm gọi là *rút gọn* phân thức.

?2 *Cho phân thức* $\dfrac{5x+10}{25x^2+50x}$.

a) *Phân tích tử và mẫu thành nhân tử rồi tìm nhân tử chung của chúng.*

b) *Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.*

Nhận xét. *Muốn rút gọn một phân thức ta có thể :*

– Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung ;

– Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

Ví dụ 1. Rút gọn phân thức $\dfrac{x^3-4x^2+4x}{x^2-4}$.

Giải. $\dfrac{x^3-4x^2+4x}{x^2-4} = \dfrac{x(x^2-4x+4)}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{x(x-2)^2}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{x(x-2)}{x+2}$.

?3 *Rút gọn phân thức* $\dfrac{x^2+2x+1}{5x^3+5x^2}$.

▶ ***Chú ý.*** *Có khi cần đổi dấu ở tử hoặc mẫu để nhận ra nhân tử chung của tử và mẫu (lưu ý tới tính chất* $A = -(-A)$*).*

Ví dụ 2. Rút gọn phân thức $\dfrac{1-x}{x(x-1)}$.

Giải. $\dfrac{1-x}{x(x-1)} = \dfrac{-(x-1)}{x(x-1)} = \dfrac{-1}{x}$.

?4 *Rút gọn phân thức* $\dfrac{3(x-y)}{y-x}$.

BÀI TẬP

7. Rút gọn phân thức :

a) $\dfrac{6x^2y^2}{8xy^5}$;

b) $\dfrac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^3}$;

c) $\dfrac{2x^2+2x}{x+1}$;

d) $\dfrac{x^2-xy-x+y}{x^2+xy-x-y}$.

8. Trong tờ nháp của một bạn có ghi một số phép rút gọn phân thức như sau :

a) $\dfrac{3xy}{9y} = \dfrac{x}{3}$; b) $\dfrac{3xy+3}{9y+3} = \dfrac{x}{3}$;

c) $\dfrac{3xy+3}{9y+9} = \dfrac{x+1}{3+3} = \dfrac{x+1}{6}$; d) $\dfrac{3xy+3x}{9y+9} = \dfrac{x}{3}$.

Theo em câu nào đúng, câu nào sai ? Em hãy giải thích.

9. Áp dụng quy tắc đổi dấu rồi rút gọn phân thức :

a) $\dfrac{36(x-2)^3}{32-16x}$; b) $\dfrac{x^2-xy}{5y^2-5xy}$.

10. ***Đố.*** Đố em rút gọn được phân thức

$$\frac{x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1}{x^2-1}.$$

LUYỆN TẬP

11. Rút gọn phân thức :

a) $\dfrac{12x^3y^2}{18xy^5}$; b) $\dfrac{15x(x+5)^3}{20x^2(x+5)}$.

12. Phân tích tử và mẫu thành nhân tử rồi rút gọn phân thức :

a) $\dfrac{3x^2-12x+12}{x^4-8x}$; b) $\dfrac{7x^2+14x+7}{3x^2+3x}$

13. Áp dụng quy tắc đổi dấu rồi rút gọn phân thức :

a) $\dfrac{45x(3-x)}{15x(x-3)^3}$; b) $\dfrac{y^2-x^2}{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}$.

§4. Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức

> Làm thế nào để quy đồng mẫu thức nhiều phân thức ?

Cho hai phân thức $\dfrac{1}{x+y}$ và $\dfrac{1}{x-y}$. Dùng tính chất cơ bản của phân thức ta có thể biến đổi chúng thành hai phân thức có mẫu thức chung như sau :

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1.(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x-y}{(x-y)(x+y)};$$

$$\frac{1}{x-y} = \frac{1.(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x+y}{(x-y)(x+y)}.$$

Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức là biến đổi các phân thức đã cho thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức đã cho.

Ta thường kí hiệu "mẫu thức chung" bởi MTC, chẳng hạn, trong ví du trên MTC = $(x - y)(x + y)$.

Để quy đồng mẫu thức nhiều phân thức, trước hết ta hãy xem có thể tìm mẫu thức chung của những phân thức mới này như thế nào.

1. Tìm mẫu thức chung

Qua ví dụ trên ta thấy, có thể chọn mẫu thức chung là một tích chia hết cho mẫu thức của mỗi phân thức đã cho.

?1 *Cho hai phân thức* $\frac{2}{6x^2yz}$ *và* $\frac{5}{4xy^3}$. *Có thể chọn mẫu thức chung là* $12x^2y^3z$ *hoặc* $24x^3y^4z$ *hay không ? Nếu được thì mẫu thức chung nào đơn giản hơn ?*

• Khi quy đồng mẫu thức của hai phân thức $\frac{1}{4x^2 - 8x + 4}$ và $\frac{5}{6x^2 - 6x}$, ta có thể tìm MTC như sau :

– Phân tích các mẫu thức thành nhân tử :

$$4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 2x + 1) = 4(x - 1)^2;$$

$$6x^2 - 6x = 6x(x - 1).$$

– Chọn mẫu thức chung là : $12x(x - 1)^2$.

Có thể mô tả cách tìm mẫu thức chung của hai phân thức trên bởi bảng sau :

	Nhân tử bằng số	Luỹ thừa của x	Luỹ thừa của (x – 1)
Mẫu thức $4x^2 - 8x + 4 = 4(x - 1)^2$	4		$(x - 1)^2$
Mẫu thức $6x^2 - 6x = 6x(x - 1)$	6	x	x – 1
MTC $12x(x - 1)^2$	12 BCNN(4, 6)	x	$(x - 1)^2$

Qua ví dụ trên ta thấy :

Khi quy đồng mẫu thức nhiều phân thức, muốn tìm mẫu thức chung ta có thể làm như sau :

1) Phân tích mẫu thức của các phân thức đã cho thành nhân tử ;

2) Mẫu thức chung cần tìm là một tích mà các nhân tử được chọn như sau :

– Nhân tử bằng số của mẫu thức chung là tích các nhân tử bằng số ở các mẫu thức của các phân thức đã cho. (Nếu các nhân tử bằng số ở các mẫu thức là những số nguyên dương thì nhân tử bằng số của mẫu thức chung là BCNN của chúng) ;

– Với mỗi luỹ thừa của cùng một biểu thức có mặt trong các mẫu thức, ta chọn luỹ thừa với số mũ cao nhất.

2. Quy đồng mẫu thức

Ví dụ. Quy đồng mẫu thức hai phân thức $\dfrac{1}{4x^2-8x+4}$ và $\dfrac{5}{6x^2-6x}$.

Giải. Ở mục 1, ta đã tìm được : MTC = $12x(x-1)^2$.

Vì $12x(x-1)^2 = 3x \cdot 4(x-1)^2 = 3x(4x^2-8x+4)$ nên phải nhân cả tử và mẫu của phân thức thứ nhất với 3x :

$$\frac{1}{4x^2-8x+4}=\frac{1}{4(x-1)^2}=\frac{1\,.\,3x}{4(x-1)^2\,.\,3x}=\frac{3x}{12x(x-1)^2}.$$

Vì $12x(x-1)^2 = 6x(x-1)\,.\,2(x-1) = (6x^2-6x)\,.\,2(x-1)$ nên phải nhân cả tử và mẫu của phân thức thứ hai với $2(x-1)$:

$$\frac{5}{6x^2-6x}=\frac{5}{6x(x-1)}=\frac{5\,.\,2(x-1)}{6x(x-1)\,.\,2(x-1)}=\frac{10(x-1)}{12x(x-1)^2}.$$

Ta nói 3x là *nhân tử phụ* của mẫu thức $4x^2-8x+4$ và $2(x-1)$ là nhân tử phụ của mẫu thức $6x^2-6x$.

Qua ví dụ trên ta có nhận xét :

Muốn quy đồng mẫu thức nhiều phân thức ta có thể làm như sau :

– Phân tích các mẫu thức thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung ;

– Tìm nhân tử phụ của mỗi mẫu thức ;

– Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

?2 *Quy đồng mẫu thức hai phân thức :* $\dfrac{3}{x^2-5x}$ *và* $\dfrac{5}{2x-10}$.

?3 *Quy đồng mẫu thức hai phân thức :* $\dfrac{3}{x^2 - 5x}$; $\dfrac{-5}{10 - 2x}$.

BÀI TẬP

14. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau :

a) $\dfrac{5}{x^5y^3}$, $\dfrac{7}{12x^3y^4}$; b) $\dfrac{4}{15x^3y^5}$, $\dfrac{11}{12x^4y^2}$.

15. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau :

a) $\dfrac{5}{2x+6}$, $\dfrac{3}{x^2-9}$; b) $\dfrac{2x}{x^2-8x+16}$, $\dfrac{x}{3x^2-12x}$.

16. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau (có thể áp dụng quy tắc đổi dấu đối với một phân thức để tìm mẫu thức chung thuận tiện hơn) :

a) $\dfrac{4x^2-3x+5}{x^3-1}$, $\dfrac{1-2x}{x^2+x+1}$, -2 ; b) $\dfrac{10}{x+2}$, $\dfrac{5}{2x-4}$, $\dfrac{1}{6-3x}$.

17. ***Đố.*** Cho hai phân thức : $\dfrac{5x^2}{x^3-6x^2}$, $\dfrac{3x^2+18x}{x^2-36}$.

Khi quy đồng mẫu thức, bạn Tuấn đã chọn MTC = $x^2(x-6)(x+6)$, còn bạn Lan bảo rằng : "Quá đơn giản ! MTC = $x - 6$". Đố em biết bạn nào chọn đúng ?

LUYỆN TẬP

18. Quy đồng mẫu thức hai phân thức :

a) $\dfrac{3x}{2x+4}$ và $\dfrac{x+3}{x^2-4}$;

b) $\dfrac{x+5}{x^2+4x+4}$ và $\dfrac{x}{3x+6}$.

19. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau :

a) $\dfrac{1}{x+2}$, $\dfrac{8}{2x-x^2}$; b) x^2+1, $\dfrac{x^4}{x^2-1}$;

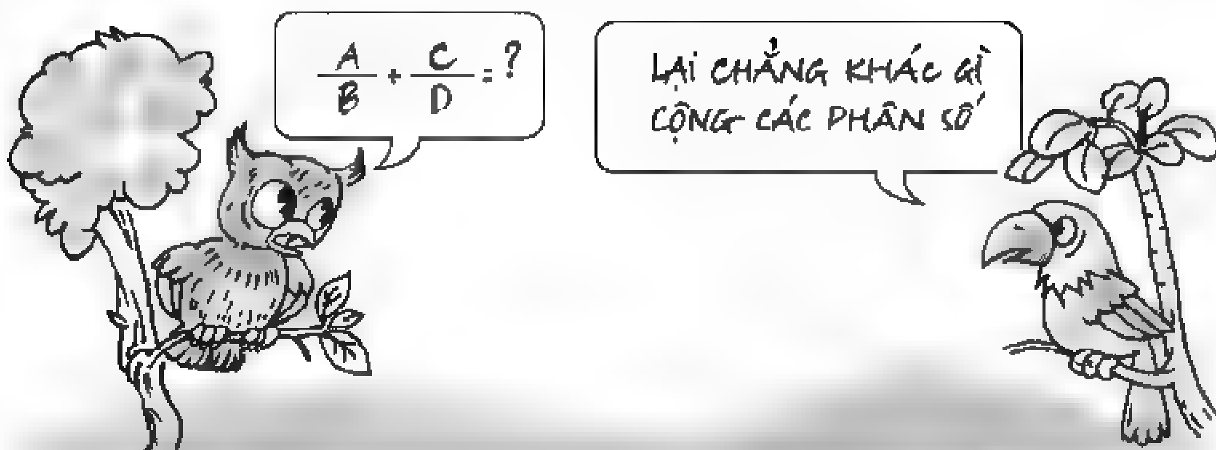
c) $\dfrac{x^3}{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}$, $\dfrac{x}{y^2-xy}$.

20. Cho hai phân thức : $\dfrac{1}{x^2+3x-10}$, $\dfrac{x}{x^2+7x+10}$.

Không dùng cách phân tích các mẫu thức thành nhân tử, hãy chứng tỏ rằng có thể quy đồng mẫu thức hai phân thức này với mẫu thức chung là

$$x^3+5x^2-4x-20.$$

§5. Phép cộng các phân thức đại số



1. Cộng hai phân thức cùng mẫu thức

Quy tắc cộng hai phân thức cũng tương tự như quy tắc cộng hai phân số.

Quy tắc

Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

Ví dụ 1. Cộng hai phân thức : $\dfrac{x^2}{3x+6}+\dfrac{4x+4}{3x+6}$

Giải. $\dfrac{x^2}{3x+6}+\dfrac{4x+4}{3x+6}=\dfrac{x^2+4x+4}{3x+6}=\dfrac{(x+2)^2}{3(x+2)}=\dfrac{x+2}{3}$.

?1 *Thực hiện phép cộng :* $\dfrac{3x+1}{7x^2y}+\dfrac{2x+2}{7x^2y}$.

2. Cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau

Ta đã biết quy đồng mẫu thức hai phân thức và quy tắc cộng hai phân thức cùng mẫu thức. Có thể áp dụng những điều đó để cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau

?2 *Thực hiện phép cộng :* $\dfrac{6}{x^2+4x}+\dfrac{3}{2x+8}$.

Ta có quy tắc cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau như sau :

Quy tắc

> ***Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.***

Kết quả của phép cộng hai phân thức được gọi là *tổng* của hai phân thức ấy. Ta thường viết tổng này dưới dạng rút gọn.

Có thể trình bày một phép cộng phân thức như ví dụ sau

Ví dụ 2. Làm tính cộng : $\dfrac{x+1}{2x-2}+\dfrac{-2x}{x^2-1}$.

Giải. $2x-2=2(x-1)$; $x^2-1=(x-1)(x+1)$.

MTC = $2(x-1)(x+1)$.

$$\frac{x+1}{2x-2}+\frac{-2x}{x^2-1}=\frac{x+1}{2(x-1)}+\frac{-2x}{(x-1)(x+1)}=$$

$$=\frac{(x+1)(x+1)}{2(x-1)(x+1)}+\frac{2\,(-2x)}{2(x-1)(x+1)}=\frac{(x+1)^2-4x}{2(x-1)(x+1)}=$$

$$=\frac{x^2+2x+1-4x}{2(x-1)(x+1)}=\frac{x^2-2x+1}{2(x-1)(x+1)}=\frac{(x-1)^2}{2(x-1)(x+1)}=\frac{x-1}{2(x+1)}.$$

?3 *Thực hiện phép cộng :* $\dfrac{y-12}{6y-36}+\dfrac{6}{y^2-6y}$.

 ***Chú ý.*** *Phép cộng các phân thức cũng có các tính chất sau :*

1) Giao hoán : $\dfrac{A}{B}+\dfrac{C}{D}=\dfrac{C}{D}+\dfrac{A}{B}$;

2) Kết hợp : $\left(\dfrac{A}{B}+\dfrac{C}{D}\right)+\dfrac{E}{F}=\dfrac{A}{B}+\left(\dfrac{C}{D}+\dfrac{E}{F}\right)$.

Nhờ tính chất kết hợp, trong một dãy phép cộng nhiều phân thức, ta không cần đặt dấu ngoặc.

?4 *Áp dụng các tính chất trên đây của phép cộng các phân thức để làm phép tính sau :*

$$\frac{2x}{x^2+4x+4}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{2-x}{x^2+4x+4}.$$

BÀI TẬP

21. Thực hiện các phép tính sau :

a) $\frac{3x-5}{7}+\frac{4x+5}{7}$; b) $\frac{5xy-4y}{2x^2y^3}+\frac{3xy+4y}{2x^2y^3}$;

c) $\frac{x+1}{x-5}+\frac{x-18}{x-5}+\frac{x+2}{x-5}$.

22. Áp dụng quy tắc đổi dấu để các phân thức có cùng mẫu thức rồi làm tính cộng phân thức :

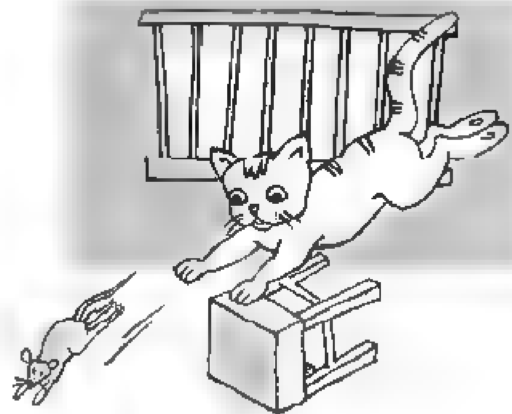
a) $\frac{2x^2-x}{x-1}+\frac{x+1}{1-x}+\frac{2-x^2}{x-1}$; b) $\frac{4-x^2}{x-3}+\frac{2x-2x^2}{3-x}+\frac{5-4x}{x-3}$.

23. Làm các phép tính sau :

a) $\frac{y}{2x^2-xy}+\frac{4x}{y^2-2xy}$; b) $\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x^2-4}+\frac{x-14}{(x^2+4x+4)(x-2)}$;

c) $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{(x+2)(4x+7)}$; d) $\frac{1}{x+3}+\frac{1}{(x+3)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(4x+7)}$

24. Một con mèo đuổi bắt một con chuột. Lần đầu mèo chạy với vận tốc x m/s. Chạy được 3m thì mèo bắt được chuột. Mèo vờn chuột 40 giây rồi thả cho chuột chạy. Sau đó 15 giây mèo lại đuổi bắt, nhưng với vận tốc nhỏ hơn vận tốc lần đầu là 0,5m/s. Chạy được 5m mèo lại bắt được chuột. Lần này thì mèo cắn chết chuột. Cuộc săn đuổi kết thúc.



Hãy biểu diễn qua x :

– Thời gian lần thứ nhất mèo đuổi bắt được chuột ;

– Thời gian lần thứ hai mèo đuổi bắt được chuột ;

– Thời gian kể từ đầu đến khi kết thúc cuộc săn.



Có thể em chưa biết

Kết quả của các bài tập 23 c), d) đều là $\frac{4}{4x+7}$. Nếu cho x một giá trị là một số tự nhiên bất kì thì bài toán cho ta cách biểu diễn một phân số tương ứng dưới dạng tổng của không quá ba phân số Ai Cập (tức là phân số với tử số bằng 1 ; xem Toán 6, Tập hai, trang 7). Chẳng hạn, với x = 2, dùng bài tập 23 c), ta có cách biểu diễn của phân số $\frac{4}{15}$ là $\frac{4}{15} = \frac{1}{4} + \frac{1}{60}$, dùng bài tập 23 d) ta có : $\frac{4}{15} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} + \frac{1}{60}$

Nhà toán học Éc-đốt (P. Erdös) đã nêu lên một bài toán tổng quát như sau :

"Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n > 4, phân số $\frac{4}{n}$ bằng tổng của ba phân số Ai Cập khác nhau".

Đến nay vẫn chưa có lời giải cho bài toán này.

Éc-đốt sinh năm 1913 tại Hung-ga-ri và mất vào năm 1996. Ông có nhiều công trình toán học nổi tiếng và đã nhận được nhiều giải thưởng quốc tế. Ông đã dùng phần lớn số tiền thưởng của mình để giúp đỡ sinh viên học tập.

LUYỆN TẬP

25. Làm tính cộng các phân thức sau :

a) $\frac{5}{2x^2y} + \frac{3}{5xy^2} + \frac{x}{y^3}$;

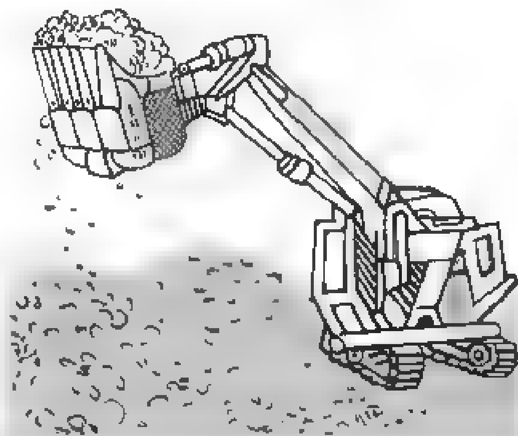
b) $\frac{x+1}{2x+6} + \frac{2x+3}{x(x+3)}$;

c) $\frac{3x+5}{x^2-5x} + \frac{25-x}{25-5x}$;

d) $x^2 + \frac{x^4+1}{1-x^2} + 1$;

e) $\frac{4x^2-3x+17}{x^3-1} + \frac{2x-1}{x^2+x+1} + \frac{6}{1-x}$

26. Một đội máy xúc trên công trường đường Hồ Chí Minh nhận nhiệm vụ xúc $11600m^3$ đất. Giai đoạn đầu còn nhiều khó khăn nên máy làm việc với năng suất trung bình x m^3/ngày và đội đào được $5000m^3$. Sau đó công việc ổn định hơn, năng suất của máy tăng $25m^3$/ngày.



a) Hãy biểu diễn :

– Thời gian xúc $5000m^3$ đầu tiên ;

– Thời gian làm nốt phần việc còn lại ;

– Thời gian làm việc để hoàn thành công việc.

b) Tính thời gian làm việc để hoàn thành công việc với $x - 250m^3$/ngày.

27. ***Đố.*** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$$\frac{x^2}{5x + 25} + \frac{2(x - 5)}{x} + \frac{50 + 5x}{x(x + 5)}$$

tại x =   4.

Nếu coi tử số của phân số tối giản mà em tìm được là ngày còn mẫu số là tháng thì đó chính là một ngày lễ trên thế giới. Đố em biết đó là ngày gì ?

§6. Phép trừ các phân thức đại số

Trừ ... mà hoá ra cộng ...Thế mới hay !

1. Phân thức đối

?1 *Làm tính cộng :* $\frac{3x}{x+1} + \frac{-3x}{x+1}$.

Hai phân thức được gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0.

Ví dụ. $\frac{3x}{x+1}$ là phân thức đối của $\frac{3x}{x+1}$, ngược lại $\frac{3x}{x+1}$ là phân thức đối của $\frac{-3x}{x+1}$.

Tổng quát, với phân thức $\frac{A}{B}$ ta có $\frac{A}{B} + \frac{-A}{B} - 0$. Do đó $\frac{-A}{B}$ là phân thức đối của $\frac{A}{B}$ và ngược lại $\frac{A}{B}$ là phân thức đối của $\frac{A}{B}$.

Phân thức đối của phân thức $\frac{A}{B}$ được kí hiệu bởi $-\frac{A}{B}$.

Như vậy :

$$-\frac{A}{B}=\frac{-A}{B} \quad \text{và} \quad -\frac{-A}{B}=\frac{A}{B}.$$

?2 *Tìm phân thức đối của* $\frac{1-x}{x}$.

2. Phép trừ

Quy tắc

> ***Muốn trừ phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$, ta cộng $\frac{A}{B}$ với phân thức đối của $\frac{C}{D}$:***
> $$\frac{A}{B}-\frac{C}{D}=\frac{A}{B}+\left(-\frac{C}{D}\right).$$

Kết quả của phép trừ $\frac{A}{B}$ cho $\frac{C}{D}$ được gọi là *hiệu* của $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$.

Ví dụ. Trừ hai phân thức : $\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x-y)}$.

Giải. $$\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x-y)}=\frac{1}{y(x-y)}+\frac{-1}{x(x-y)}=$$
$$=\frac{x}{xy(x-y)}+\frac{-y}{xy(x-y)}=\frac{x-y}{xy(x-y)}=\frac{1}{xy}.$$

?3 *Làm tính trừ phân thức :* $\frac{x+3}{x^2-1}-\frac{x+1}{x^2-x}$.

?4 *Thực hiện phép tính :* $\frac{x+2}{x-1}-\frac{x-9}{1-x}-\frac{x-9}{1-x}$.

(***Chú ý.*** *Thứ tự thực hiện các phép tính về phân thức cũng giống như thứ tự thực hiện các phép tính về số*).

BÀI TẬP

28. Theo quy tắc đổi dấu ta có $\frac{-A}{B}=\frac{A}{-B}$. Do đó ta cũng có $-\frac{A}{B}=\frac{A}{-B}$. Chẳng hạn, phân thức đối của $\frac{4}{5-x}$ là $-\frac{4}{5-x}=\frac{4}{-(5-x)}=\frac{4}{x-5}$. Áp dụng điều này hãy điền những phân thức thích hợp vào những chỗ trống dưới đây .

a) $-\frac{x^2+2}{1-5x}=\ldots=\ldots$; b) $-\frac{4x+1}{5-x}=\ldots$.

29. Làm tính trừ các phân thức sau :

a) $\dfrac{4x-1}{3x^2y} - \dfrac{7x-1}{3x^2y}$;

b) $\dfrac{4x+5}{2x-1} - \dfrac{5-9x}{2x-1}$;

c) $\dfrac{11x}{2x-3} - \dfrac{x-18}{3-2x}$;

d) $\dfrac{2x-7}{10x-4} - \dfrac{3x+5}{4-10x}$.

30. Thực hiện các phép tính sau :

a) $\dfrac{3}{2x+6} - \dfrac{x-6}{2x^2+6x}$;

b) $x^2 + 1 - \dfrac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1}$

31. Chứng tỏ rằng mỗi hiệu sau đây bằng một phân thức có tử bằng 1 :

a) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}$;

b) $\dfrac{1}{xy - x^2} - \dfrac{1}{y^2 - xy}$.

32. ***Đố.*** Đố em tính nhanh được tổng sau :

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)}.$$

LUYỆN TẬP

33. Làm các phép tính sau :

a) $\dfrac{4xy-5}{10x^3y} - \dfrac{6y^2-5}{10x^3y}$;

b) $\dfrac{7x+6}{2x(x+7)} - \dfrac{3x+6}{2x^2+14x}$.

34. Dùng quy tắc đổi dấu rồi thực hiện các phép tính :

a) $\dfrac{4x+13}{5x(x-7)} - \dfrac{x-48}{5x(7-x)}$;

b) $\dfrac{1}{x-5x^2} - \dfrac{25x-15}{25x^2-1}$.

35. Thực hiện các phép tính :

a) $\dfrac{x+1}{x-3} - \dfrac{1-x}{x+3} - \dfrac{2x(1-x)}{9-x^2}$;

b) $\dfrac{3x+1}{(x-1)^2} - \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{x+3}{1-x^2}$.

36. Một công ti may phải sản xuất 10000 sản phẩm trong x ngày. Khi thực hiện không những đã làm xong sớm một ngày mà còn làm thêm được 80 sản phẩm.

a) Hãy biểu diễn qua x :

– Số sản phẩm phải sản xuất trong một ngày theo kế hoạch ;

– Số sản phẩm thực tế đã làm được trong một ngày ;

– Số sản phẩm làm thêm trong một ngày.

b) Tính số sản phẩm làm thêm trong một ngày với x = 25.

37. ***Đố.*** Cho phân thức $\frac{2x+1}{x^2-3}$. Đố em tìm được một phân thức mà khi lấy phân thức đã cho trừ đi phân thức phải tìm thì được một phân thức bằng phân thức đối của phân thức đã cho.

§7. Phép nhân các phân thức đại số

Cũng giống quy tắc nhân các phân số.

Ta đã biết quy tắc nhân hai phân số : $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$.

?1 *Cho hai phân thức : $\frac{3x^2}{x+5}$ và $\frac{x^2-25}{6x^3}$. Cũng làm như nhân hai phân số, hãy nhân tử với tử và mẫu với mẫu của hai phân thức này để được một phân thức.*

Việc các em vừa làm chính là nhân hai phân thức. Như vậy, cách nhân hai phân thức cũng giống cách nhân hai phân số. Ta có quy tắc nhân hai phân thức như sau :

Quy tắc

Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau :

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A.C}{B.D}.$$

Kết quả của phép nhân hai phân thức được gọi là *tích*. Ta thường viết tích này dưới dạng rút gọn.

Ví dụ. Thực hiện phép nhân phân thức : $\dfrac{x^2}{2x^2+8x+8}\cdot(3x+6)$.

Giải. $\dfrac{x^2}{2x^2+8x+8}\cdot(3x+6)=\dfrac{x^2}{2x^2+8x+8}\cdot\dfrac{3x+6}{1}=\dfrac{x^2(3x+6)}{2x^2+8x+8}=$

$$=\frac{3x^2(x+2)}{2(x^2+4x+4)}=\frac{3x^2(x+2)}{2(x+2)^2}=\frac{3x^2}{2(x+2)}.$$

?2 *Làm tính nhân phân thức :* $\dfrac{(x-13)^2}{2x^5}\cdot\left(-\dfrac{3x^2}{x-13}\right)$.

?3 *Thực hiện phép tính :* $\dfrac{x^2+6x+9}{1-x}\cdot\dfrac{(x-1)^3}{2(x+3)^3}$.

▶ ***Chú ý.*** *Phép nhân các phân thức có các tính chất :*

a) Giao hoán : $\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{C}{D}=\dfrac{C}{D}\cdot\dfrac{A}{B}$;

b) ***Kết hợp*** *:* $\left(\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{C}{D}\right)\cdot\dfrac{E}{F}=\dfrac{A}{B}\cdot\left(\dfrac{C}{D}\cdot\dfrac{E}{F}\right)$;

c) ***Phân phối đối với phép cộng*** *:* $\dfrac{A}{B}\left(\dfrac{C}{D}+\dfrac{E}{F}\right)=\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{C}{D}+\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{E}{F}$.

Nhờ tính chất kết hợp, trong một dãy phép nhân nhiều phân thức ta không cần đặt dấu ngoặc.

?4 *Tính nhanh :* $\dfrac{3x^5+5x^3+1}{x^4-7x^2+2}\cdot\dfrac{x}{2x+3}\cdot\dfrac{x^4-7x^2+2}{3x^5+5x^3+1}$

BÀI TẬP

38. Thực hiện các phép tính sau :

a) $\dfrac{15x}{7y^3}\cdot\dfrac{2y^2}{x^2}$; b) $\dfrac{4y^2}{11x^4}\cdot\left(-\dfrac{3x^2}{8y}\right)$; c) $\dfrac{x^3-8}{5x+20}\cdot\dfrac{x^2+4x}{x^2+2x+4}$.

39. Thực hiện các phép tính sau (chú ý về dấu) .

a) $\dfrac{5x+10}{4x-8}\cdot\dfrac{4-2x}{x+2}$; b) $\dfrac{x^2-36}{2x+10}\cdot\dfrac{3}{6-x}$.

40. Rút gọn biểu thức sau theo hai cách (sử dụng và không sử dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng) :

$$\frac{x-1}{x}\cdot\left(x^2+x+1+\frac{x^3}{x-1}\right).$$

41. ***Đố.*** Đố em điền được vào chỗ trống của dãy phép nhân dưới đây những phân thức có mẫu thức bằng tử thức cộng với 1 :

$$\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{x+1}\cdot\ldots\cdot\ldots\ldots\cdot\ldots=\frac{1}{x+7}.$$

§8. Phép chia các phân thức đại số

Thật là kì ! Chia... mà hoá ra nhân... !

1. Phân thức nghịch đảo

?1 *Làm tính nhân phân thức :* $\dfrac{x^3+5}{x-7}\cdot\dfrac{x-7}{x^3+5}$.

Hai phân thức được gọi là nghịch đảo của nhau nếu tích của chúng bằng 1.

Ví dụ. $\dfrac{x^3+5}{x-7}$ và $\dfrac{x-7}{x^3+5}$ là hai phân thức nghịch đảo của nhau.

Tổng quát, nếu $\dfrac{A}{B}$ là một phân thức khác 0 thì $\dfrac{A}{B}\cdot\dfrac{B}{A}=1$. Do đó :

$\dfrac{B}{A}$ là phân thức *nghịch đảo* của phân thức $\dfrac{A}{B}$;

$\dfrac{A}{B}$ là phân thức *nghịch đảo* của phân thức $\dfrac{B}{A}$.

?2 *Tìm phân thức nghịch đảo của mỗi phân thức sau :*

a) $\dfrac{3y^2}{2x}$; b) $\dfrac{x^2+x-6}{2x+1}$; c) $\dfrac{1}{x-2}$; d) $3x+2$

2. Phép chia

Ta cũng có quy tắc chia phân thức tương tự như quy tắc chia phân số.

Quy tắc

Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ ***cho phân thức*** $\frac{C}{D}$ ***khác 0, ta nhân*** $\frac{A}{B}$ ***với phân thức nghịch đảo của*** $\frac{C}{D}$ ***:***

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}, \text{ với } \frac{C}{D} \neq 0.$$

?3 *Làm tính chia phân thức :* $\frac{1 \quad 4x^2}{x^2+4x} : \frac{2 \quad 4x}{3x}$.

?4 *Thực hiện phép tính sau :* $\frac{4x^2}{5y^2} : \frac{6x}{5y} : \frac{2x}{3y}$

BÀI TẬP

42. Làm tính chia phân thức :

a) $\left(-\frac{20x}{3y^2}\right) : \left(-\frac{4x^3}{5y}\right)$;

b) $\frac{4x+12}{(x+4)^2} : \frac{3(x+3)}{x+4}$.

43. Thực hiện các phép tính sau :

a) $\frac{5x \quad 10}{x^2+7} : (2x-4)$;

b) $(x^2-25) : \frac{2x+10}{3x-7}$;

c) $\frac{x^2+x}{5x^2 \quad 10x+5} : \frac{3x+3}{5x-5}$

44. Tìm biểu thức Q, biết rằng :

$$\frac{x^2+2x}{x \quad 1} \cdot Q = \frac{x^2-4}{x^2-x}.$$

45. ***Đố.*** Đố em điền được vào chỗ trống của dãy phép chia dưới đây những phân thức có tử thức bằng mẫu thức cộng với 1 :

$$\frac{x}{x+1} : \frac{x+2}{x+1} : \frac{x+3}{x+2} : \ldots\ldots : \ldots\ldots = \frac{x}{x+6}$$

Em hãy ra cho bạn một câu đố tương tự, với vế phải của đẳng thức là $\frac{x}{x+n}$, trong đó n là số tự nhiên lớn hơn 1 tuỳ ý mà em thích.

§9. Biến đổi các biểu thức hữu tỉ. Giá trị của phân thức

Khi nào giá trị của phân thức được xác định ?

1. Biểu thức hữu tỉ

Đến bây giờ ta đã biết rằng trong tập hợp các phân thức đại số có các phép toán : cộng, trừ, nhân, chia Quan sát các biểu thức sau :

$$0,\ -\frac{2}{5},\ \sqrt{7},\ 2x^2-\sqrt{5}x+\frac{1}{3},\ (6x+1)(x-2),$$

$$\frac{x}{3x^2+1},\ 4x+\frac{1}{x+3},\ \frac{\frac{2x}{x-1}+2}{\frac{3}{x^2-1}}.$$

Mỗi biểu thức trên đây là một phân thức hoặc biểu thị một dãy các phép toán : cộng, trừ, nhân, chia trên những phân thức. Ta gọi những biểu thức như thế là những *biểu thức hữu tỉ*.

Biểu thức $\frac{\frac{2x}{x-1}+2}{\frac{3}{x^2-1}}$ biểu thị phép chia tổng $\frac{2x}{x-1}+2$ cho $\frac{3}{x^2-1}$.

2. Biến đổi một biểu thức hữu tỉ thành một phân thức

Nhờ các quy tắc của các phép toán cộng, trừ, nhân, chia các phân thức ta có thể biến đổi một biểu thức hữu tỉ thành một phân thức.

Ví dụ 1. Biến đổi biểu thức $A = \dfrac{1 + \dfrac{1}{x}}{x - \dfrac{1}{x}}$ thành một phân thức.

Giải. $A = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right) : \left(x - \dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{x+1}{x} : \dfrac{x^2 - 1}{x} =$

$$= \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{x^2 - 1} = \frac{(x+1) \cdot x}{x \cdot (x+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1}.$$

?1 *Biến đổi biểu thức*

$$B = \frac{1 + \dfrac{2}{x-1}}{1 + \dfrac{2x}{x^2+1}}$$

thành một phân thức.

3. Giá trị của phân thức

Khi làm tính trên các phân thức ta chỉ việc thực hiện theo các quy tắc của các phép toán, không cần quan tâm đến giá trị của biến. Nhưng khi làm những bài toán liên quan đến giá trị của phân thức thì *trước hết phải tìm điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác* 0. Đó chính là *điều kiện để giá trị của phân thức được xác định.* Nếu tại giá trị của biến mà giá trị của một phân thức được xác định thì phân thức ấy và phân thức rút gọn của nó có cùng một giá trị.

Ví dụ 2. Cho phân thức $\dfrac{3x - 9}{x(x-3)}$

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức $\dfrac{3x - 9}{x(x-3)}$ được xác định ;

b) Tính giá trị của phân thức tại x = 2004.

Giải

a) Giá trị của phân thức này được xác định với điều kiện $x(x-3) \neq 0$. Nhưng một tích (của nhiều số) khác 0 khi mọi thừa số đều khác 0. Do đó $x \neq 0$ và $x-3 \neq 0$. Vậy điều kiện để giá trị của phân thức $\frac{3x-9}{x(x-3)}$ được xác định là : $x \neq 0$ và $x \neq 3$.

b) Vì $\frac{3x-9}{x(x-3)} = \frac{3(x-3)}{x(x-3)} = \frac{3}{x}$ và $x = 2004$ thoả mãn điều kiện của biến nên có thể tính giá trị của phân thức đã cho bằng cách tính giá trị của phân thức rút gọn $\frac{3}{x}$. Vậy giá trị của phân thức đã cho bằng $\frac{3}{2004} = \frac{1}{668}$.

?2 *Cho phân thức* $\frac{x+1}{x^2+x}$.

a) *Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức được xác định.*

b) *Tính giá trị của phân thức tại* $x = 1\,000\,000$ *và tại* $x = -1$.

BÀI TẬP

46. Biến đổi mỗi biểu thức sau thành một phân thức đại số .

a) $\dfrac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}$; b) $\dfrac{1-\frac{2}{x+1}}{1-\frac{x^2-2}{x^2-1}}$

47. Với giá trị nào của x thì giá trị của mỗi phân thức sau được xác định ?

a) $\frac{5x}{2x+4}$; b) $\frac{x-1}{x^2-1}$

48. Cho phân thức $\dfrac{x^2+4x+4}{x+2}$.

a) Với điều kiện nào của x thì giá trị của phân thức được xác định ?

b) Rút gọn phân thức.

c) Tìm giá trị của x để giá trị của phân thức bằng 1.

d) Có giá trị nào của x để giá trị của phân thức bằng 0 hay không ?

49. ***Đố.*** Đố em tìm được một phân thức (của một biến x) mà giá trị của nó được xác định với mọi giá trị của x khác các ước của 2.

LUYỆN TẬP

50. Thực hiện các phép tính :

a) $\left(\dfrac{x}{x+1}+1\right):\left(1-\dfrac{3x^2}{1-x^2}\right)$;

b) $(x^2-1)\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}-1\right)$

51. Làm các phép tính sau :

a) $\left(\dfrac{x^2}{y^2}+\dfrac{y}{x}\right):\left(\dfrac{x}{y^2}-\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}\right)$;

b) $\left(\dfrac{1}{x^2+4x+4}-\dfrac{1}{x^2-4x+4}\right):\left(\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x-2}\right)$

52. Chứng tỏ rằng với $x \neq 0$ và $x \neq \pm a$ (a là một số nguyên), giá trị của biểu thức

$$\left(a-\frac{x^2+a^2}{x+a}\right)\cdot\left(\frac{2a}{x}-\frac{4a}{x-a}\right)$$

là một số chẵn.

53. a) Biến đổi mỗi biểu thức sau thành một phân thức đại số :

$1+\dfrac{1}{x}$; $\qquad 1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}$; $\qquad 1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}}$;

b) Em hãy dự đoán kết quả của phép biến đổi biểu thức $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{x}}}}}$

thành phân thức đại số và kiểm tra lại dự đoán đó.

54. Tìm các giá trị của x để giá tri của các phân thức sau được xác đinh .

a) $\dfrac{3x+2}{2x^2-6x}$; b) $\dfrac{5}{x^2-3}$.

55. Cho phân thức $\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-1}$.

a) Với giá trị nào của x thì giá trị của phân thức được xác định ?

b) Chứng tỏ phân thức rút gọn của phân thức đã cho là $\dfrac{x+1}{x-1}$

c) Để tính giá trị của phân thức đã cho tại $x=2$ và tại $x=-1$, bạn Thắng đã làm như sau :

– Với $x=2$, phân thức *đã cho* có giá trị là $\dfrac{2+1}{2-1}=3$;

– Với $x=-1$, phân thức *đã cho* có giá trị là $\dfrac{-1+1}{-1-1}=0$.

Em có đồng ý không ? Nếu không, em hãy chỉ ra chỗ mà em cho là sai.

Theo em, với những giá trị nào của biến thì có thể tính được giá trị của phân thức đã cho bằng cách tính giá trị của phân thức rút gọn ?

56. Cho phân thức $\dfrac{3x^2+6x+12}{x^3-8}$

a) Với điều kiện nào của x thì giá trị của phân thức được xác định ?

b) Rút gọn phân thức

c) Em có biết trên $1cm^2$ bề mặt da của em có bao nhiêu con vi khuẩn không ?

Tính giá trị của biểu thức đã cho tại $x=\dfrac{4001}{2000}$ em sẽ tìm được câu trả lời thật đáng sợ. (Tuy nhiên trong số đó chỉ có 20% là vi khuẩn có hại).

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Bảng tóm tắt

Trong bảng tóm tắt này, ta kí hiệu A, B, ... là những đa thức.

I. Khái niệm về phân thức đại số và tính chất của phân thức đại số

1. Phân thức đại số là biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, với A, B là những đa thức và B khác đa thức 0.

2. Hai phân thức bằng nhau : $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu $A.D = B.C$

3. Tính chất cơ bản của phân thức : nếu $M \neq 0$ thì $\frac{A}{B} = \frac{A.M}{B.M}$.

II. Các phép toán trên tập hợp các phân thức đại số

1. Phép cộng

a) Cộng hai phân thức cùng mẫu thức : $\frac{A}{M} + \frac{B}{M} = \frac{A+B}{M}$.

b) Cộng hai phân thức khác mẫu thức :

– Quy đồng mẫu thức ;

– Cộng hai phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được

2. Phép trừ

a) Phân thức đối của $\frac{A}{B}$ kí hiệu bởi $-\frac{A}{B}$.

$$-\frac{A}{B} = \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B}.$$

b) $\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A}{B} + \left(-\frac{C}{D}\right)$

3. Phép nhân

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A.C}{B.D}.$$

4. Phép chia

a) Phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{A}{B}$ khác 0 là $\frac{B}{A}$.

b) $\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} \quad \left(\frac{C}{D} \neq 0\right)$.

A. Câu hỏi

1. Định nghĩa phân thức đại số. Một đa thức có phải là phân thức đại số không ? Một số thực bất kì có phải là một phân thức đại số không ?

2. Định nghĩa hai phân thức đại số bằng nhau.

3. Phát biểu tính chất cơ bản của phân thức đại số.

4. Nêu quy tắc rút gọn một phân thức đại số. Hãy rút gọn phân thức $\frac{8x - 4}{8x^3 - 1}$.

5. Muốn quy đồng mẫu thức của nhiều phân thức có mẫu thức khác nhau ta làm thế nào ?

Hay quy đồng mẫu thức của hai phân thức : $\frac{x}{x^2 + 2x + 1}$ và $\frac{3}{5x^2 - 5}$.

6. Phát biểu các quy tắc : cộng hai phân thức cùng mẫu thức, cộng hai phân thức khác mẫu thức. Làm tính cộng : $\frac{3x}{x^3 - 1} + \frac{x - 1}{x^2 + x + 1}$.

7. Hai phân thức như thế nào được gọi là hai phân thức đối nhau ? Tìm phân thức đối của phân thức $\frac{x - 1}{5 - 2x}$

8. Phát biểu quy tắc trừ hai phân thức đại số.

9. Phát biểu quy tắc nhân hai phân thức đại số.

10. Cho phân thức $\frac{A}{B}$ khác 0, viết phân thức nghịch đảo của nó

11. Phát biểu quy tắc chia hai phân thức đại số.

12. Giả sử $\frac{A(x)}{B(x)}$ là một phân thức của biến x. Hãy nêu điều kiện của biến để giá trị của phân thức được xác định.

B. Bài tập

57. Chứng tỏ mỗi cặp phân thức sau bằng nhau :

a) $\frac{3}{2x - 3}$ và $\frac{3x + 6}{2x^2 + x - 6}$;   b) $\frac{2}{x + 4}$ và $\frac{2x^2 + 6x}{x^3 + 7x^2 + 12x}$.

58. Thực hiện các phép tính sau :

a) $\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}-\dfrac{2x-1}{2x+1}\right):\dfrac{4x}{10x-5}$;

b) $\left(\dfrac{1}{x^2+x}-\dfrac{2-x}{x+1}\right):\left(\dfrac{1}{x}+x-2\right)$;

c) $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{x^3-x}{x^2+1}\cdot\left(\dfrac{1}{x^2-2x+1}+\dfrac{1}{1-x^2}\right)$.

59. a) Cho biểu thức $\dfrac{xP}{x+P}-\dfrac{yP}{y-P}$. Thay $P=\dfrac{xy}{x-y}$ vào biểu thức đã cho rồi rút gọn biểu thức.

b) Cho biểu thức $\dfrac{P^2Q^2}{P^2-Q^2}$. Thay $P=\dfrac{2xy}{x^2-y^2}$ và $Q=\dfrac{2xy}{x^2+y^2}$ vào biểu thức đã cho rồi rút gọn biểu thức.

60. Cho biểu thức $\left(\dfrac{x+1}{2x-2}+\dfrac{3}{x^2-1}-\dfrac{x+3}{2x+2}\right)\cdot\dfrac{4x^2-4}{5}$.

a) Hãy tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức được xác định.

b) Chứng minh rằng khi giá trị của biểu thức được xác định thì nó không phụ thuộc vào giá trị của biến x.

61. Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức $\left(\dfrac{5x+2}{x^2-10x}+\dfrac{5x-2}{x^2+10x}\right)\cdot\dfrac{x^2-100}{x^2+4}$ được xác định. Tính giá trị của biểu thức tại $x=20040$.

62. Tìm giá trị của x để giá trị của phân thức $\dfrac{x^2-10x+25}{x^2-5x}$ bằng 0.

63. Viết mỗi phân thức sau dưới dạng tổng của một đa thức và một phân thức với tử thức là một hằng số, rồi tìm các giá tri nguyên của x để giá tri của phân thức cũng là số nguyên :

a) $\dfrac{3x^2-4x-17}{x+2}$;

b) $\dfrac{x^2-x+2}{x-3}$.

64. Tính giá tri của phân thức trong bài tập 62 tại $x=1{,}12$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba

Phần HÌNH HỌC

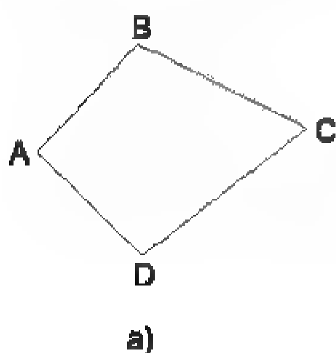
Chương I – TỨ GIÁC

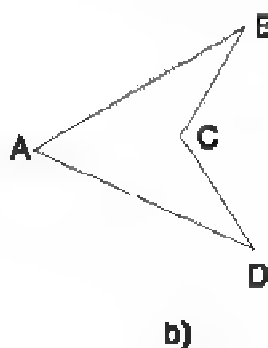
§1. Tứ giác

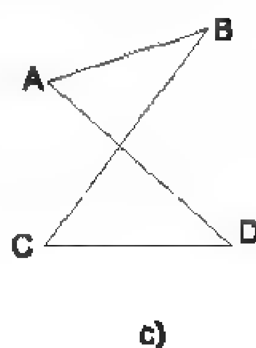
Mỗi tam giác có tổng các góc bằng 180°
Còn tứ giác thì sao ?

1. Định nghĩa

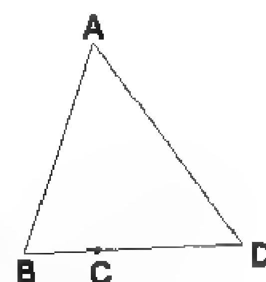
Mỗi hình 1a, 1b, 1c dưới đây đều gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng. Mỗi hình đó là một *tứ giác*. Hình 2 không là tứ giác.







Hình 1



Hình 2

> ***Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.***

Tứ giác ABCD còn được gọi tên là tứ giác BCDA, BADC, ... Các điểm A, B, C, D gọi là các *đỉnh*. Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA gọi là các *cạnh*.

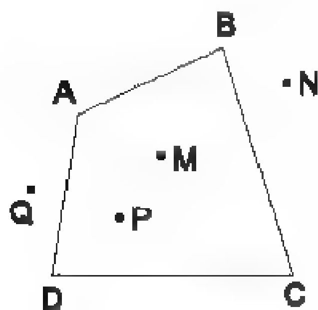
?1 *Trong các tứ giác ở hình 1, tứ giác nào luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác ?*

• Tứ giác ABCD trên hình 1a gọi là *tứ giác lồi*.

Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

▶ ***Chú ý.*** *Từ nay, khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.*

?2 *Quan sát tứ giác ABCD ở hình 3 rồi điền vào chỗ trống :*



Hình 3

a) *Hai đỉnh **kề nhau** : A và B,*

*Hai đỉnh **đối nhau** : A và C,*

b) ***Đường chéo** (đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau) : AC,*

c) *Hai cạnh **kề nhau** : AB và BC, ...*

*Hai cạnh **đối nhau** : AB và CD, ...*

d) ***Góc** : $\widehat{A}$,*

*Hai góc **đối nhau** : $\widehat{A}$ và $\widehat{C}$,*

e) *Điểm **nằm trong** tứ giác **(điểm trong** của tứ giác) : M, ...*

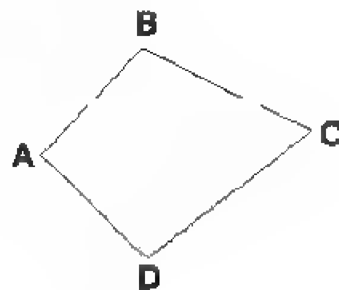
*Điểm **nằm ngoài** tứ giác (**điểm ngoài** của tứ giác) : N, ...*

2. Tổng các góc của một tứ giác

?3 a) *Nhắc lại định lí về tổng ba góc của một tam giác.*

b) *Vẽ tứ giác ABCD tuỳ ý. Dựa vào định lí về tổng ba góc của một tam giác, hãy tính tổng*

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D}.$$



Hình 4

• Như vậy trong tứ giác ABCD (h. 4), ta có :

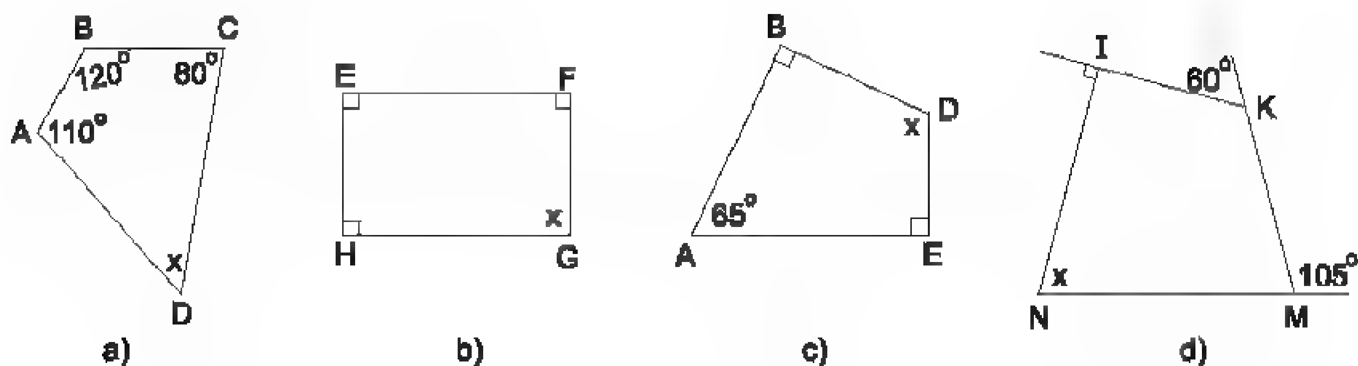
$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ.$$

Định lí

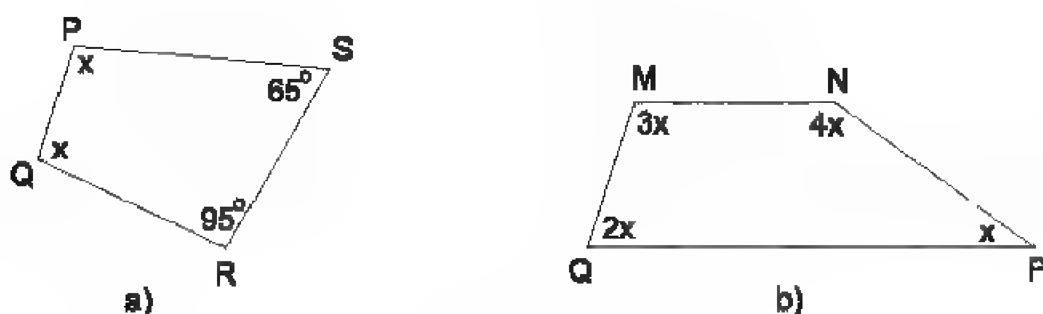
Tổng các góc của một tứ giác bằng 360°.

BÀI TẬP

1. Tìm x ở hình 5, hình 6 :



Hình 5



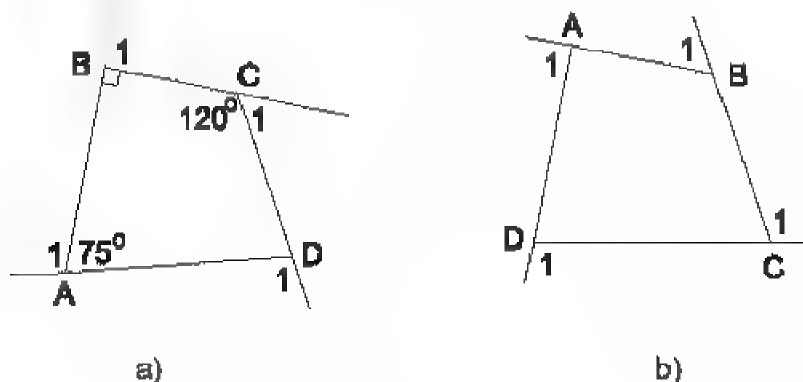
Hình 6

2. Góc kề bù với một góc của tứ giác gọi là *góc ngoài* của tứ giác

a) Tính các góc ngoài của tứ giác ở hình 7a.

b) Tính tổng các góc ngoài của tứ giác ở hình 7b (tại mỗi đỉnh của tứ giác chỉ chọn một góc ngoài) : $\widehat{A_1} + \widehat{B_1} + \widehat{C_1} + \widehat{D_1} = ?$

c) Có nhận xét gì về tổng các góc ngoài của tứ giác ?

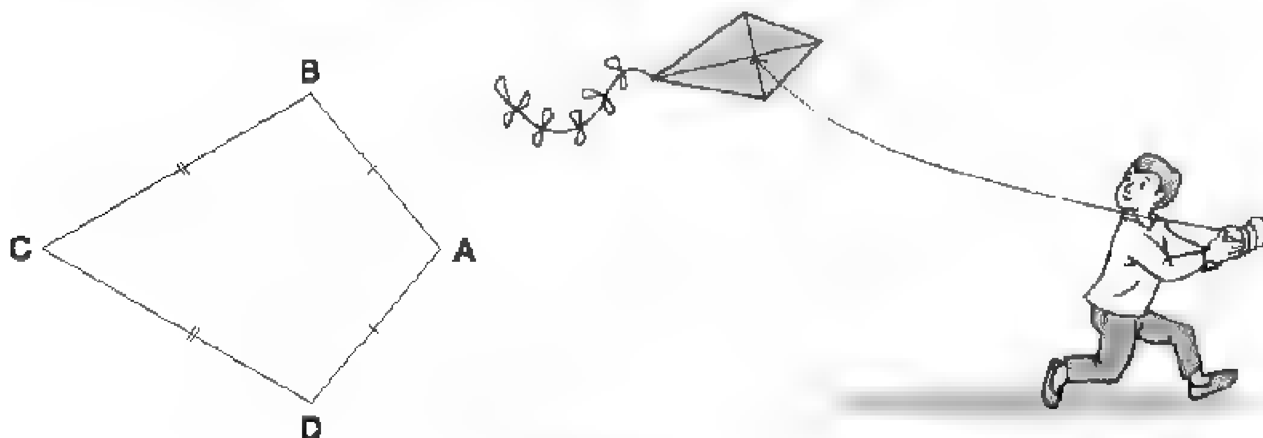


Hình 7

3. Ta gọi tứ giác ABCD trên hình 8 có AB = AD, CB = CD là hình "cái diều".

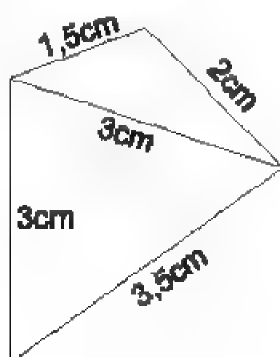
a) Chứng minh rằng AC là đường trung trực của BD.

b) Tính $\widehat{B}$, $\widehat{D}$ biết rằng $\widehat{A} = 100^\circ$, $\widehat{C} = 60^\circ$.

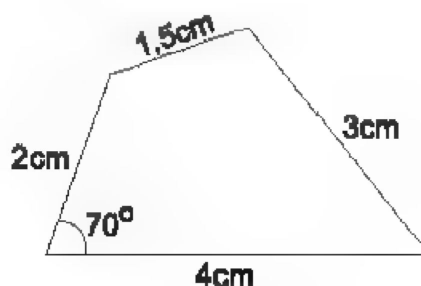


Hình 8

4. Dựa vào cách vẽ các tam giác đã học, hãy vẽ lại các tứ giác ở hình 9, hình 10 vào vở.

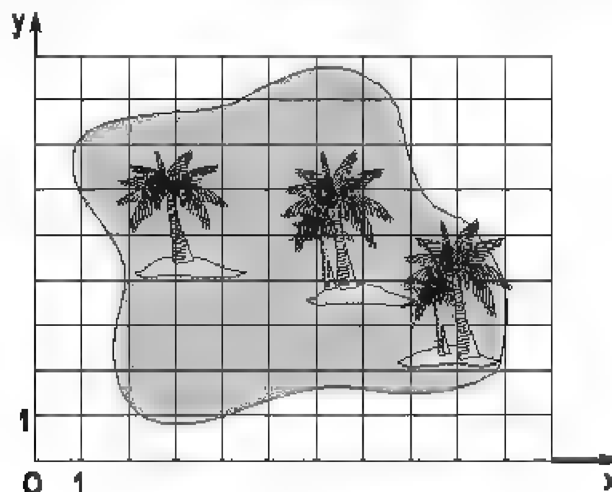


Hình 9



Hình 10

5. ***Đố.*** Đố em tìm thấy vị trí của "kho báu" trên hình 11, biết rằng kho báu nằm tại giao điểm các đường chéo của tứ giác ABCD, trong đó các đỉnh của tứ giác có toạ độ như sau : A(3 ; 2), B(2 ; 7), C(6 ; 8), D(8 ; 5).



Hình 11



Có thể em chưa biết

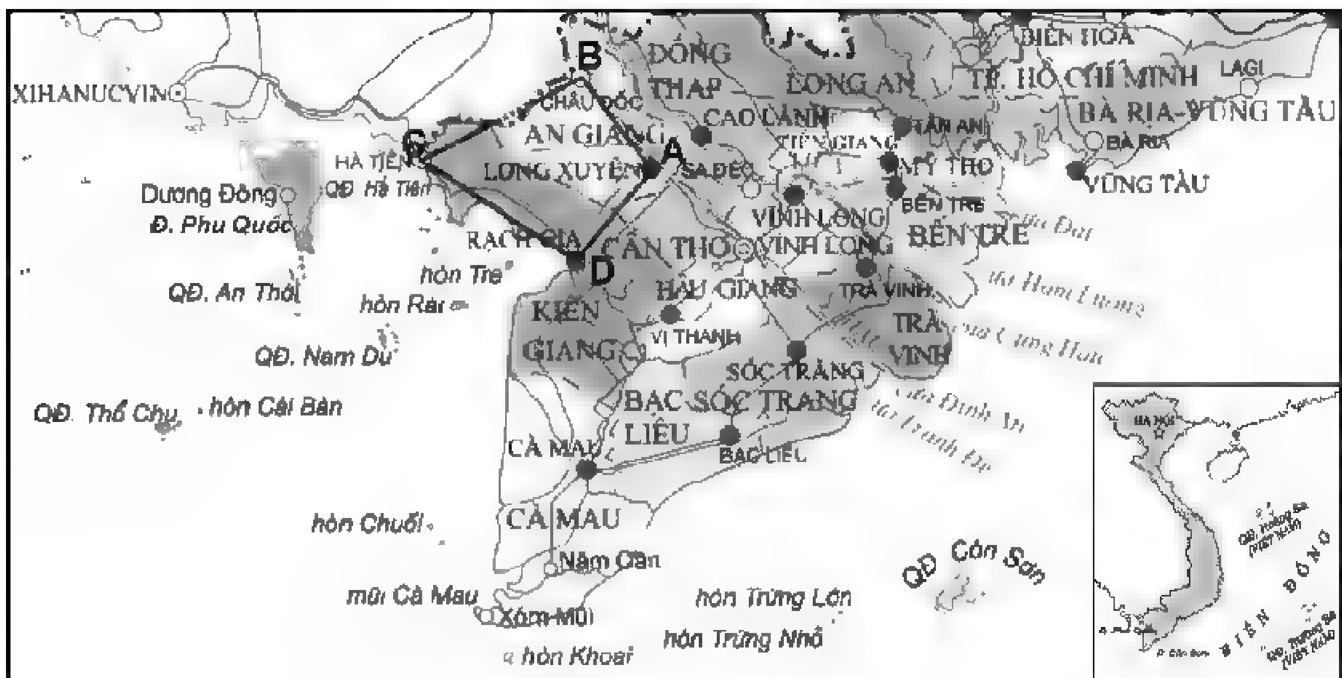
"Tứ giác Long Xuyên" là một vùng đất trù phú ở Tây Nam Bộ, rộng hơn 500 000 hecta, là vựa lúa lớn thứ hai của nước ta sau Đồng Tháp Mười, là một địa chỉ du lịch hấp dẫn với nhiều núi đá vôi và hang động nổi tiếng. Trên hình 12 ta có bốn đỉnh của tứ giác đó là :

A (thành phố Long Xuyên, tỉnh An Giang),

B (thị xã Châu Đốc, tỉnh An Giang),

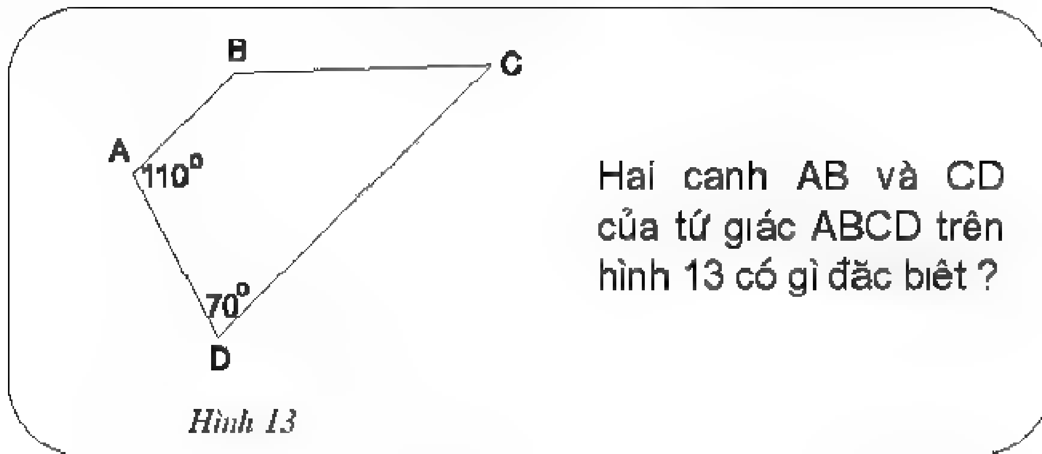
C (thị xã Hà Tiên, tỉnh Kiên Giang),

D (thị xã Rạch Giá, tỉnh Kiên Giang).



Hình 12

§2. Hình thang



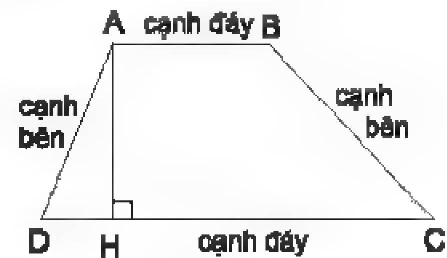
Hình 13

1. Định nghĩa

Tứ giác ABCD trên hình 13 có AB // CD là một *hình thang*.

> ***Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.***

Trên hình 14 ta có hình thang ABCD (AB // CD). Các đoạn thẳng AB và CD gọi là các *cạnh đáy* (hoặc *đáy*), các đoạn thẳng AD và BC gọi là các *cạnh bên*. Trong các hình thang mà hai đáy không bằng nhau, người ta còn phân biệt *đáy lớn* và *đáy nhỏ*.



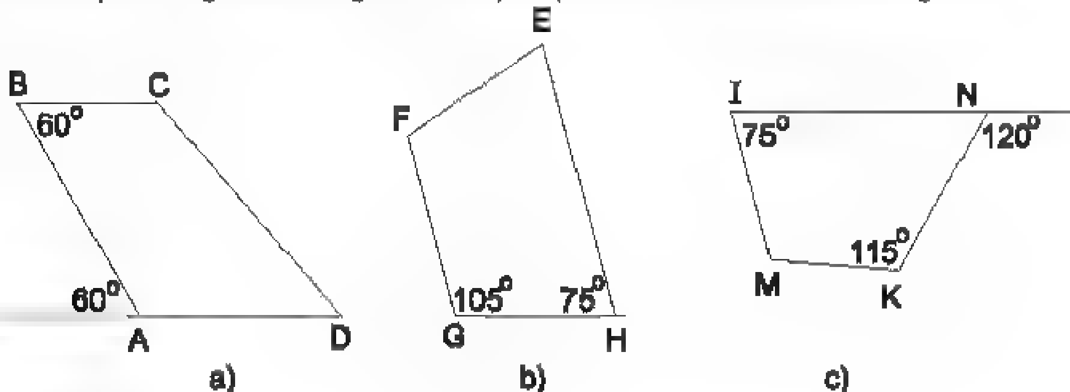
Hình 14

Gọi AH là đường vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng CD, đoạn thẳng AH gọi là một *đường cao* của hình thang.

?1 *Cho hình 15.*

a) *Tìm các tứ giác là hình thang.*

b) *Có nhận xét gì về hai góc kề một cạnh bên của hình thang ?*

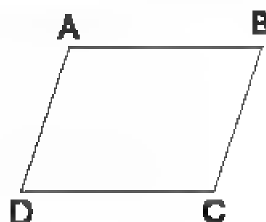


Hình 15

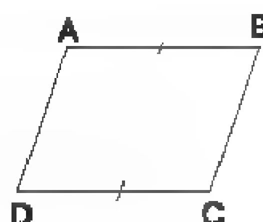
?2 *Hình thang ABCD có đáy AB, CD.*

a) *Cho biết AD // BC (h. 16). Chứng minh rằng AD − BC, AB − CD.*

b) *Cho biết AB   CD (h. 17). Chứng minh rằng AD // BC, AD   BC.*



Hình 16



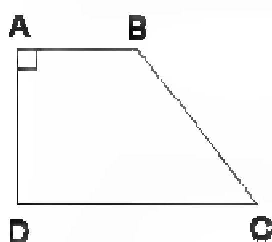
Hình 17

Nhận xét

– Nếu một hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên bằng nhau, hai cạnh đáy bằng nhau.

– Nếu một hình thang có hai cạnh đáy bằng nhau thì hai cạnh bên song song và bằng nhau.

2. Hình thang vuông



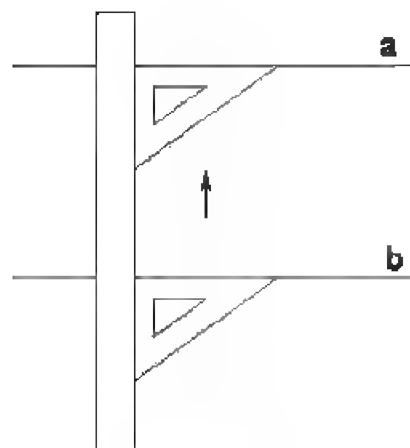
Hình 18

Trên hình 18, hình thang ABCD có AB // CD, $\widehat{A} = 90^\circ$, khi đó $\widehat{D} = 90^\circ$ Ta gọi ABCD là *hình thang vuông*

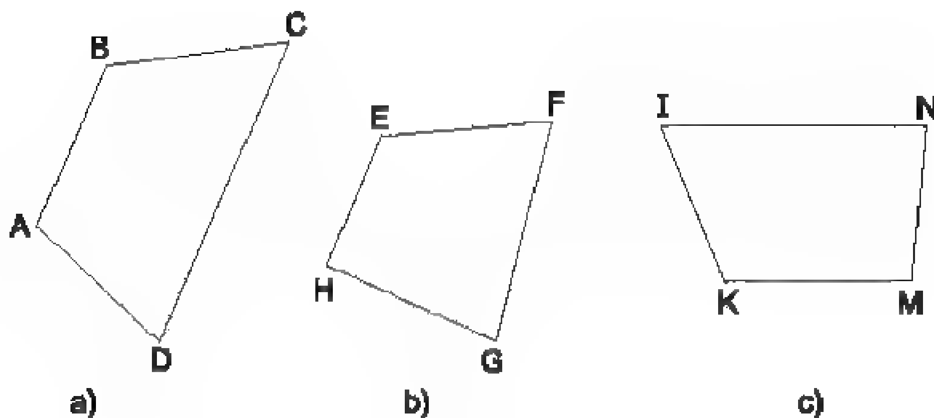
Định nghĩa. *Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.*

BÀI TẬP

6. Dùng thước và êke, ta có thể kiểm tra được hai đường thẳng có song song với nhau hay không (xem hình 19). Trên hình 20, có những tứ giác là hình thang, có những tứ giác không là hình thang. Bằng cách nêu trên, hãy kiểm tra xem trong các tứ giác ở hình 20, tứ giác nào là hình thang.

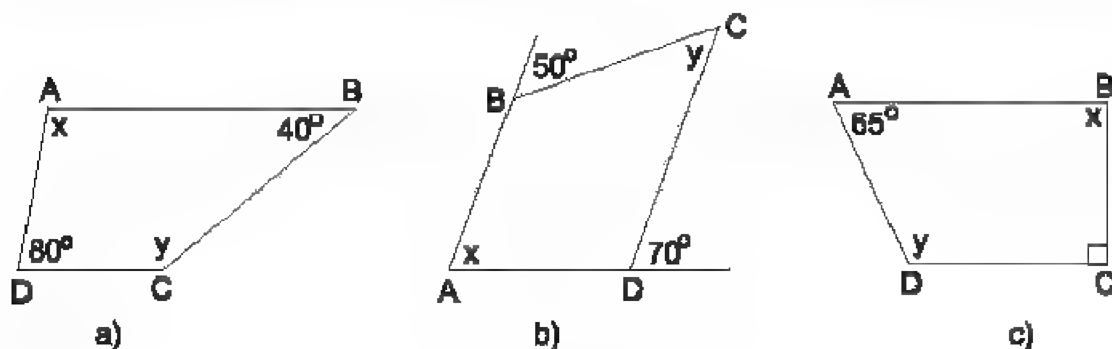


Hình 19



Hình 20

7. Tìm x và y trên hình 21, biết rằng ABCD là hình thang có đáy là AB và CD.

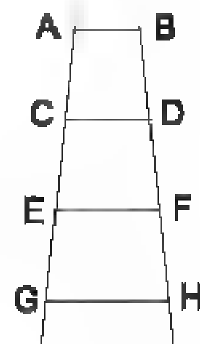


Hình 21

8. Hình thang ABCD (AB // CD) có $\widehat{A} - \widehat{D} = 20^\circ$, $\widehat{B} = 2\widehat{C}$ Tính các góc của hình thang.

9. Tứ giác ABCD có AB   BC và AC là tia phân giác của góc A. Chứng minh rằng ABCD là hình thang.

10. ***Đố.*** Hình 22 là hình vẽ một chiếc thang Trên hình vẽ có bao nhiêu hình thang ?



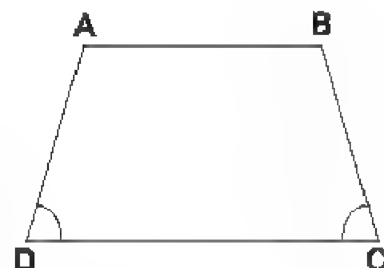
Hình 22

§3. Hình thang cân

Một dạng hình thang thường gặp : hình thang cân

1. Định nghĩa

?1 *Hình thang ABCD (AB // CD) trên hình 23 có gì đặc biệt ?*



Hình 23

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Tứ giác ABCD là hình thang cân (đáy AB, CD) $\Leftrightarrow \begin{cases} AB // CD \\ \widehat{C} = \widehat{D} \text{ hoặc } \widehat{A} = \widehat{B} \end{cases}$

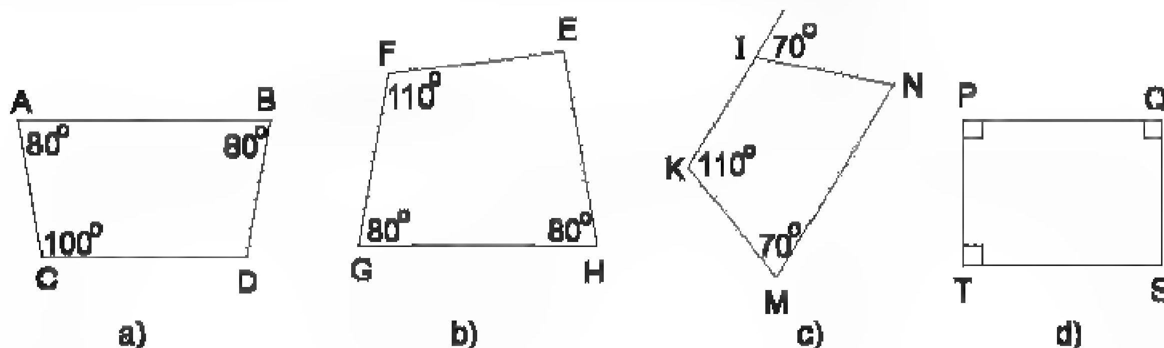
Chú ý. Nếu ABCD là hình thang cân (đáy AB, CD) thì $\widehat{C} = \widehat{D}$ và $\widehat{A} = \widehat{B}$.

?2 *Cho hình 24.*

a) *Tìm các hình thang cân*

b) *Tính các góc còn lại của mỗi hình thang cân đó.*

c) *Có nhận xét gì về hai góc đối của hình thang cân ?*



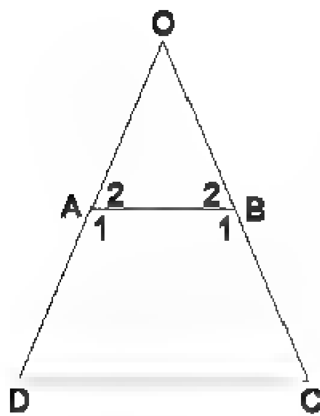
Hình 24

2. Tính chất

Định lí 1

Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.

GT	ABCD là hình thang cân (AB//CD)
KL	AD = BC



Hình 25

Chứng minh. Xét hai trường hợp :

a) AD cắt BC ở O (giả sử AB < CD, h. 25) :

ABCD là hình thang cân nên $\widehat{D} = \widehat{C}$, $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$.

Ta có $\widehat{D} = \widehat{C}$ nên ΔOCD cân (hai góc ở đáy bằng nhau), do đó

$$OD = OC \qquad (1)$$

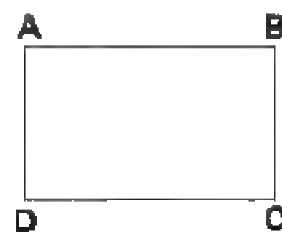
Ta có $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ nên $\widehat{A}_2 = \widehat{B}_2$, suy ra ΔOAB cân (hai góc ở đáy bằng nhau), do đó

$$OA = OB \qquad (2)$$

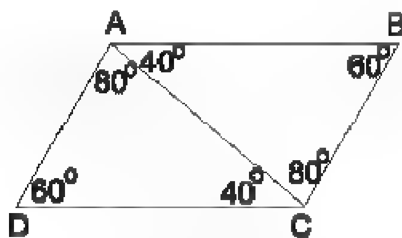
Từ (1) và (2) suy ra : OD – OA = OC – OB.

Vậy AD = BC.

b) AD // BC (h. 26). Khi đó AD = BC (theo nhận xét ở §2 : hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên bằng nhau).



Hình 26



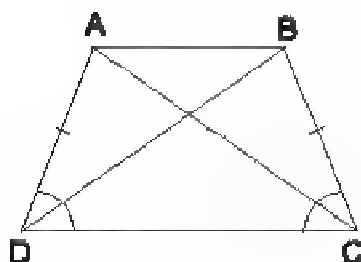
Hình 27

Chú ý. Có những hình thang có hai cạnh bên bằng nhau nhưng không là hình thang cân. Chẳng hạn trên hình 27, hình thang ABCD (AB // CD) có hai cạnh bên bằng nhau (AD = BC) nhưng không là hình thang cân (vì $\widehat{D} \neq \widehat{C}$).

Định lí 2

Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.

GT	ABCD là hình thang cân (AB//CD)
KL	AC = BD



Hình 28

Chứng minh. (h. 28)

ΔADC và ΔBCD có :

CD là cạnh chung

$\widehat{ADC} = \widehat{BCD}$ (định nghĩa hình thang cân)

AD = BC (cạnh bên của hình thang cân).

Do đó $\Delta ADC = \Delta BCD$ (c.g.c), suy ra AC = BD

3. Dấu hiệu nhận biết

?3 *Cho đoạn thẳng CD và đường thẳng m song song với CD (h. 29). Hãy vẽ các điểm A, B thuộc m sao cho ABCD là hình thang có hai đường chéo CA, DB bằng nhau. Sau đó hãy đo các góc $\widehat{C}$ và $\widehat{D}$ của hình thang ABCD đó để dự đoán về dạng của các hình thang có hai đường chéo bằng nhau.*

m



Hình 29

Định lí 3

Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

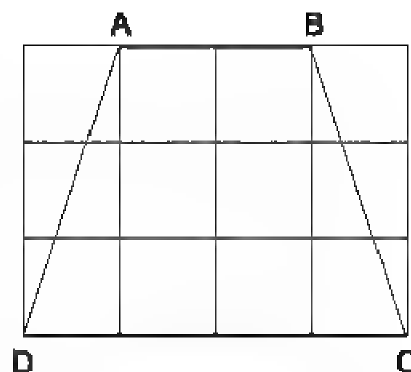
Định lí 3 được chứng minh ở bài tập 18.

Dấu hiệu nhận biết hình thang cân

1. Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.   ***2. Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.***

BÀI TẬP

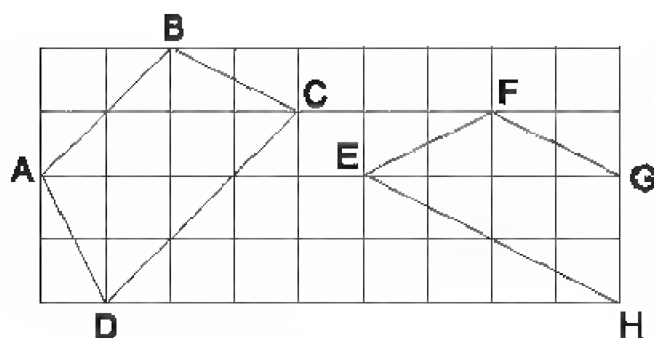
11. Tính độ dài các cạnh của hình thang cân ABCD trên giấy kẻ ô vuông (h. 30, độ dài của cạnh ô vuông là 1cm).



Hình 30

12. Cho hình thang cân ABCD (AB // CD, AB < CD). Kẻ các đường cao AE, BF của hình thang. Chứng minh rằng DE = CF.

13. Cho hình thang cân ABCD (AB // CD), E là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh rằng EA = EB, EC = ED.



Hình 31

14. ***Đố.*** Trong các tứ giác ABCD và EFGH trên giấy kẻ ô vuông (h. 31), tứ giác nào là hình thang cân ? Vì sao ?

15. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh bên AB, AC lấy theo thứ tự các điểm D và E sao cho AD = AE.

a) Chứng minh rằng BDEC là hình thang cân.

b) Tính các góc của hình thang cân đó, biết rằng $\widehat{A} = 50^\circ$.

LUYỆN TẬP

16. Cho tam giác ABC cân tại A, các đường phân giác BD, CE ($D \in AC$, $E \in AB$) Chứng minh rằng BEDC là hình thang cân có đáy nhỏ bằng cạnh bên

17. Hình thang ABCD (AB // CD) có $\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$. Chứng minh rằng ABCD là hình thang cân.

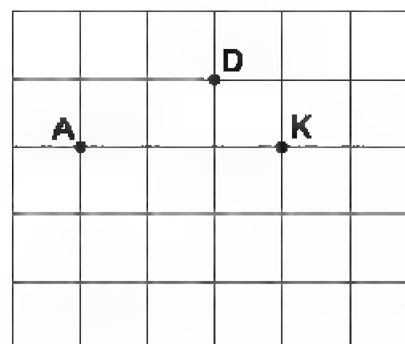
18. Chứng minh định lí "Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân" qua bài toán sau : Cho hình thang ABCD (AB // CD) có AC = BD. Qua B kẻ đường thẳng song song với AC, cắt đường thẳng DC tại E Chứng minh rằng :

a) ΔBDE là tam giác cân.

b) ΔACD = ΔBDC.

c) Hình thang ABCD là hình thang cân.

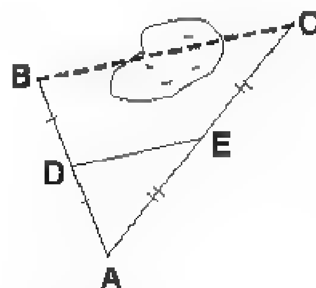
19. ***Đố.*** Cho ba điểm A, D, K trên giấy kẻ ô vuông (h. 32) Hãy tìm điểm thứ tư M là giao điểm của các dòng kẻ sao cho nó cùng với ba điểm đã cho là bốn đỉnh của một hình thang cân.



Hình 32

§4. Đường trung bình của tam giác, của hình thang

Giữa hai điểm B và C có chướng ngại vật (h. 33). Biết DE = 50m, ta có thể tính được khoảng cách giữa hai điểm B và C



Hình 33

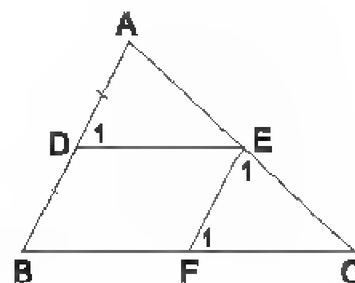
1. Đường trung bình của tam giác

?1 *Vẽ tam giác ABC bất kì rồi lấy trung điểm D của AB. Qua D vẽ đường thẳng song song với BC, đường thẳng này cắt cạnh AC ở E. Bằng quan sát, hãy nêu dự đoán về vị trí của điểm E trên cạnh AC.*

Định lí 1

> ***Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.***

GT	ΔABC, AD = DB, DE // BC
KL	AE = EC



Hình 34

Chứng minh. (h. 34) Qua E, kẻ đường thẳng song song với AB, cắt BC ở F.

Hình thang DEFB có hai cạnh bên song song (DB // EF) nên DB = EF. Theo giả thiết AD = DB. Do đó AD = EF.

ΔADE và ΔEFC có

$\widehat{A} = \widehat{E}_1$ (đồng vị, EF // AB)

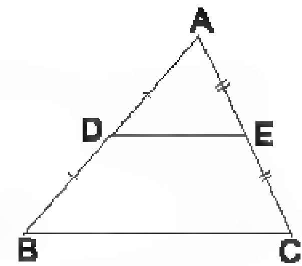
AD = EF (chứng minh trên)

$\widehat{D}_1 = \widehat{F}_1$ (cùng bằng $\widehat{B}$).

Do đó ΔADE = ΔEFC (g.c.g), suy ra AE = EC. Vậy E là trung điểm của AC.

• Trên hình 35, D là trung điểm của AB, E là trung điểm của AC, đoạn thẳng DE gọi là *đường trung bình* của tam giác ABC.

Định nghĩa. *Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.*



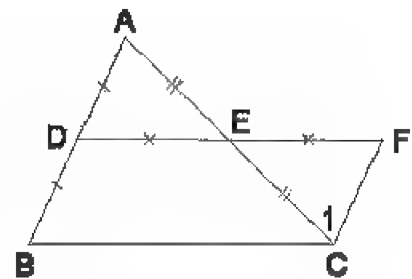
Hình 35

?2 *Vẽ tam giác ABC bất kì rồi lấy trung điểm D của AB, trung điểm E của AC. Dùng thước đo góc và thước chia khoảng để kiểm tra rằng* $\widehat{ADE} = \widehat{B}$ *và* $DE = \frac{1}{2}BC$.

Định lí 2

Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.

GT	ΔABC, AD = DB, AE = EC
KL	DE // BC, $DE = \frac{1}{2}BC$



Hình 36

Chứng minh. (h. 36) Vẽ điểm F sao cho E là trung điểm của DF.

$\Delta AED = \Delta CEF$ (c.g.c, học sinh tự chứng minh),

suy ra AD = CF và $\widehat{A} = \widehat{C_1}$.

Ta có AD = DB (giả thiết) và AD = CF nên DB = CF.

Ta có $\widehat{A} = \widehat{C_1}$, hai góc này ở vị trí so le trong nên AD // CF, tức là DB // CF, do đó DBCF là hình thang.

Hình thang DBCF có hai đáy DB, CF bằng nhau nên hai cạnh bên DF, BC song song và bằng nhau.

Do đó DE // BC, $DE = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2}BC$.

?3 *Tính độ dài đoạn BC trên hình 33.*

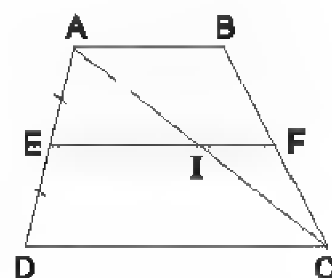
2. Đường trung bình của hình thang

?4 *Cho hình thang ABCD (AB // CD). Qua trung điểm E của AD kẻ đường thẳng song song với hai đáy, đường thẳng này cắt AC ở I, cắt BC ở F (h. 37). Có nhận xét gì về vị trí của điểm I trên AC, điểm F trên BC ?*

Định lí 3

> ***Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai.***

GT	ABCD là hình thang (AB // CD) AE = ED, EF // AB, EF // CD
KL	BF = FC

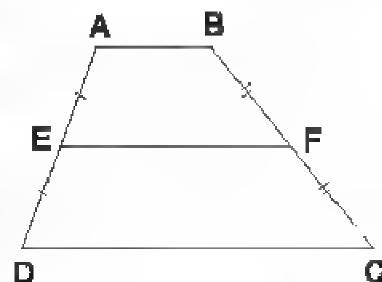


Hình 37

Chứng minh. (h. 37) Gọi I là giao điểm của AC và EF.

Tam giác ADC có E là trung điểm của AD (giả thiết) và EI // CD (giả thiết) nên I là trung điểm của AC.

Tam giác ABC có I là trung điểm của AC (chứng minh trên) và IF // AB (giả thiết) nên F là trung điểm của BC.



Hình 38

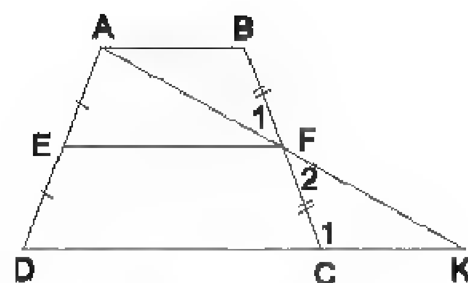
• Trên hình 38, hình thang ABCD (AB // CD) có E là trung điểm của AD, F là trung điểm của BC, đoạn thẳng EF gọi là *đường trung bình* của hình thang ABCD.

Định nghĩa. *Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.*

Định lí 4

> ***Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.***

GT	Hình thang ABCD (AB // CD) AE = ED, BF = FC
KL	EF // AB, EF // CD, $EF = \dfrac{AB + CD}{2}$



Hình 39

Chứng minh. (h. 39) Gọi K là giao điểm của các đường thẳng AF và DC.

ΔFBA và ΔFCK có :

$\widehat{F_1} = \widehat{F_2}$ (đối đỉnh)

BF = FC (giả thiết)

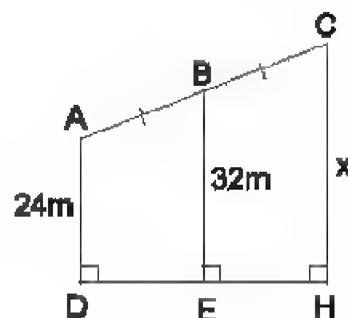
$\widehat{B} = \widehat{C_1}$ (so le trong, AB // DK).

Do đó ΔFBA = ΔFCK (g.c.g), suy ra AF = FK và AB = CK

E là trung điểm của AD, F là trung điểm của AK nên EF là đường trung bình của ΔADK, suy ra EF // DK (tức là EF // CD và EF // AB) và $EF = \dfrac{1}{2}DK$.

Mặt khác DK = DC + CK = DC + AB. Do đó

$$EF = \frac{DC + AB}{2}.$$



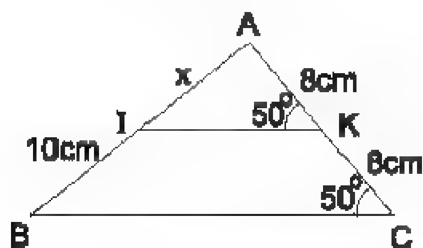
Hình 40

?5 *Tính x trên hình 40.*

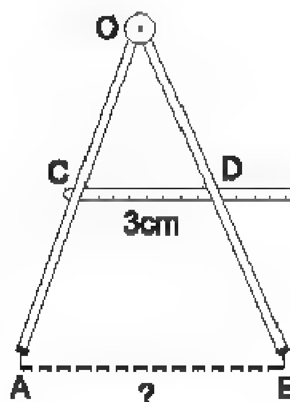
BÀI TẬP

Đường trung bình của tam giác

20. Tính x trên hình 41.



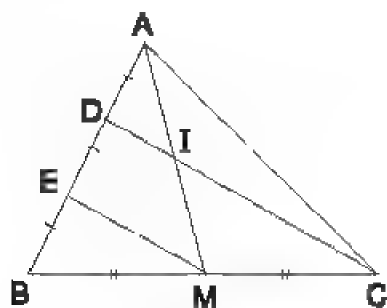
Hình 41



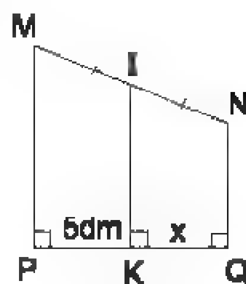
Hình 42

21. Tính khoảng cách AB giữa hai mũi của compa trên hình 42, biết rằng C là trung điểm của OA, D là trung điểm của OB và CD = 3cm.

22. Cho hình 43. Chứng minh rằng AI = IM.



Hình 43



Hình 44

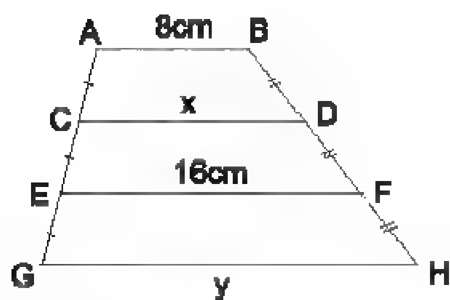
Đường trung bình của hình thang

23. Tính x trên hình 44.

24. Hai điểm A và B thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng xy. Khoảng cách từ điểm A đến xy bằng 12cm, khoảng cách từ điểm B đến xy bằng 20cm. Tính khoảng cách từ trung điểm C của AB đến xy.

25. Hình thang ABCD có đáy AB, CD. Gọi E, F, K theo thứ tự là trung điểm của AD, BC, BD. Chứng minh ba điểm E, K, F thẳng hàng.

LUYỆN TẬP



Hình 45

26. Tính x, y trên hình 45, trong đó

AB // CD // EF // GH.

27. Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, K theo thứ tự là trung điểm của AD, BC, AC.

a) So sánh các độ dài EK và CD, KF và AB

b) Chứng minh rằng $EF \le \dfrac{AB + CD}{2}$.

28. Cho hình thang ABCD (AB // CD), E là trung điểm của AD, F là trung điểm của BC. Đường thẳng EF cắt BD ở I, cắt AC ở K.

a) Chứng minh rằng AK = KC, BI = ID.

b) Cho AB = 6cm, CD = 10cm. Tính các độ dài EI, KF, IK.

§5. Dựng hình bằng thước và compa. Dựng hình thang

Vẽ hình mà chỉ dùng hai dung cu : compa và thước.

1. Bài toán dựng hình

Ta đã biết vẽ hình bằng nhiều dụng cụ : thước (thước thẳng), compa, êke, thước đo góc,... . Ta xét các bài toán vẽ hình mà chỉ sử dụng hai dụng cụ là thước và compa, chúng được gọi là *các bài toán dựng hình*

Với thước, ta có thể :

– Vẽ được một đường thẳng khi biết hai điểm của nó

– Vẽ được một đoạn thẳng khi biết hai đầu mút của nó.

– Vẽ được một tia khi biết gốc và một điểm của tia.

Với compa, ta có thể vẽ được một đường tròn khi biết tâm và bán kính của nó.

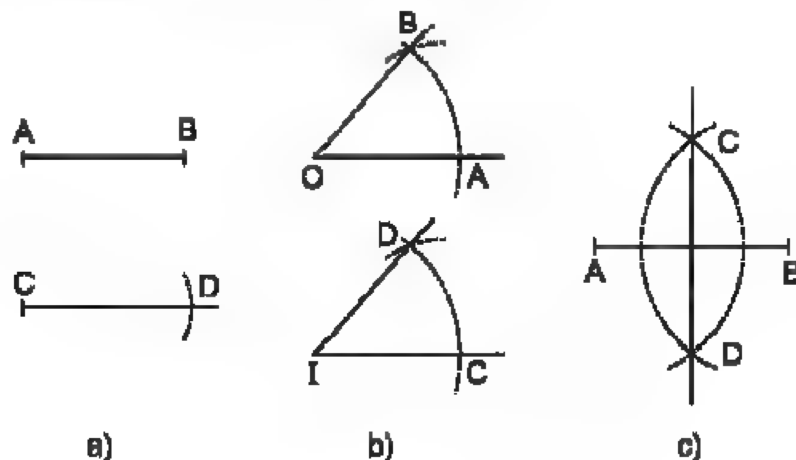
2. Các bài toán dựng hình đã biết

Ở hình học lớp 6 và hình học lớp 7, với thước và compa, ta đã biết cách giải các bài toán dựng hình sau :

a) Dựng một đoạn thẳng bằng một đoạn thẳng cho trước (h. 46a).

b) Dựng một góc bằng một góc cho trước (h. 46b).

c) Dựng đường trung trực của một đoạn thẳng cho trước, dựng trung điểm của một đoạn thẳng cho trước (h. 46c).



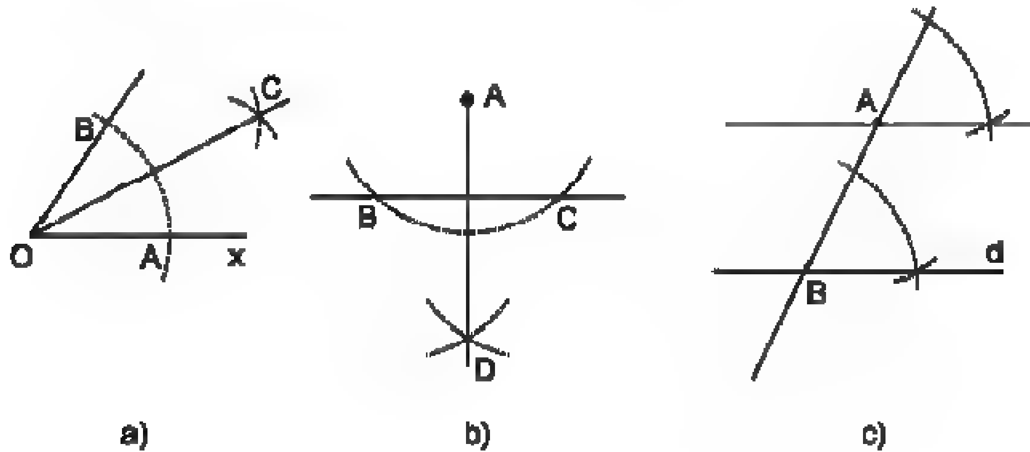
Hình 46

d) Dựng tia phân giác của một góc cho trước (h. 47a).

e) Qua một điểm cho trước, dựng đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước (h. 47b).

g) Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng cho trước, dựng đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước (h. 47c).

h) Dựng tam giác biết ba cạnh, hoặc biết hai cạnh và góc xen giữa, hoặc biết một cạnh và hai góc kề (dựa vào các bài toán a) và b)).



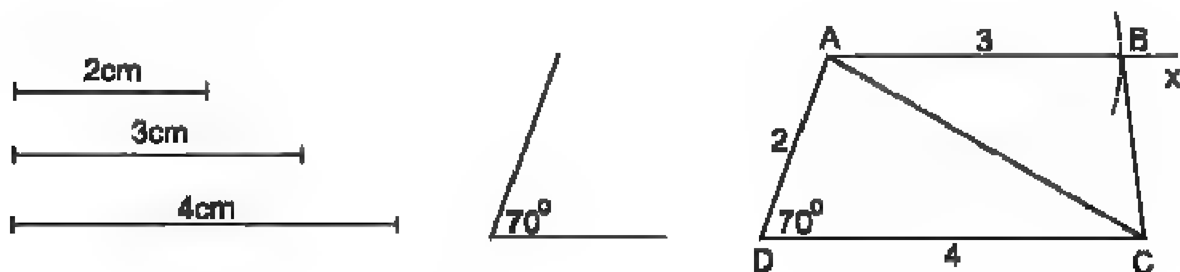
Hình 47

Ta được sử dụng các bài toán dựng hình trên để giải các bài toán dựng hình khác.

3. Dựng hình thang

Ví dụ. Dựng hình thang ABCD biết đáy AB = 3cm, đáy CD = 4cm, cạnh bên AD = 2cm, $\widehat{D} = 70^\circ$.

Giải. (h. 48)



Hình 48

a) *Phân tích*

Giả sử đã dựng được hình thang ABCD thoả mãn yêu cầu của đề bài. Tam giác ACD dựng được vì biết hai cạnh và góc xen giữa. Điểm B phải thoả mãn hai điều kiện :

– B nằm trên đường thẳng đi qua A và song song với CD.

B cách A một khoảng 3cm nên nằm trên đường tròn tâm A bán kính 3cm

b) *Cách dựng*

– Dựng ΔACD có $\widehat{D} = 70^\circ$, DC = 4cm, DA = 2cm.

Dựng tia Ax song song với DC (tia Ax và điểm C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AD).

– Dựng điểm B trên tia Ax sao cho AB = 3cm. Kẻ đoạn thẳng BC.

c) *Chứng minh*

Tứ giác ABCD là hình thang vì AB // CD.

Hình thang ABCD có CD = 4cm, $\widehat{D} = 70^\circ$, AD = 2cm, AB = 3cm nên thoả mãn yêu cầu của bài toán.

d) *Biện luận*

Ta luôn dựng được một hình thang thoả mãn điều kiện của đề bài.

BÀI TẬP

29. Dựng tam giác ABC vuông tại A, biết cạnh huyền BC = 4cm, góc nhọn $\widehat{B} = 65^\circ$.

30. Dựng tam giác ABC vuông tại B, biết cạnh huyền AC = 4cm, cạnh góc vuông BC = 2cm.

31. Dựng hình thang ABCD (AB // CD), biết AB = AD = 2cm, AC = DC = 4cm.

LUYỆN TẬP

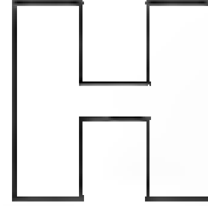
32. Hãy dựng một góc bằng 30°.

33. Dựng hình thang cân ABCD, biết đáy CD = 3cm, đường chéo AC = 4cm, $\widehat{D} = 80^\circ$.

34. Dựng hình thang ABCD, biết $\widehat{D} = 90^\circ$, đáy CD = 3cm, cạnh bên AD = 2cm, cạnh bên BC = 3cm.

§6. Đối xứng trục

Vì sao có thể gấp tờ giấy làm tư để cắt chữ H (h. 49) ?



Hình 49

1. Hai điểm đối xứng qua một đường thẳng

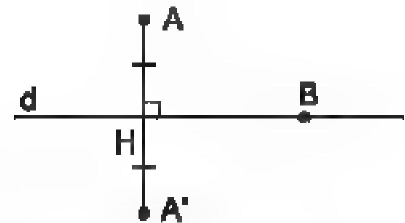
?1 *Cho đường thẳng d và một điểm A không thuộc d. Hãy vẽ điểm A' sao cho d là đường trung trực của đoạn thẳng AA'.*

• Cho hình 50. Ta gọi A' là điểm đối xứng với điểm A qua đường thẳng d, A là điểm đối xứng với điểm A' qua đường thẳng d, hai điểm A và A' là *hai điểm đối xứng với nhau qua đường thẳng d.*

Định nghĩa

> ***Hai điểm gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu d là đường trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm đó.***

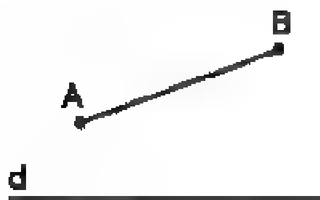
Quy ước. *Nếu điểm B nằm trên đường thẳng d thì điểm đối xứng với B qua đường thẳng d cũng là điểm B (h. 50).*



Hình 50

2. Hai hình đối xứng qua một đường thẳng

?2 *Cho đường thẳng d và đoạn thẳng AB (h. 51).*



Hình 51

– Vẽ điểm A' đối xứng với A qua d.

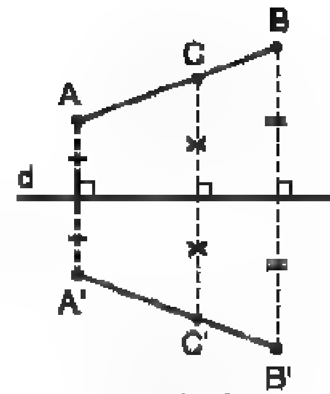
– Vẽ điểm B' đối xứng với B qua d.

– Lấy điểm C thuộc đoạn thẳng AB, vẽ điểm C' đối xứng với C qua d.

– Dùng thước để kiểm nghiệm rằng điểm C' thuộc đoạn thẳng A'B'.

Trên hình 52, hai đoạn thẳng AB và A'B' gọi là *hai đoạn thẳng đối xứng với nhau qua đường thẳng d.*

Tổng quát, ta định nghĩa : *Hai hình gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu mỗi điểm thuộc hình này đối xứng với một điểm thuộc hình kia qua đường thẳng d và ngược lại.*



Hình 52

Đường thẳng d gọi là *trục đối xứng* của hai hình đó.

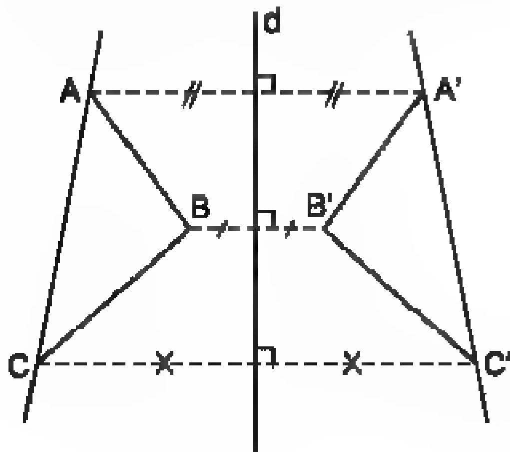
Trên hình 53, ta có :

– Hai đoạn thẳng AB và A'B' đối xứng với nhau qua trục d ;

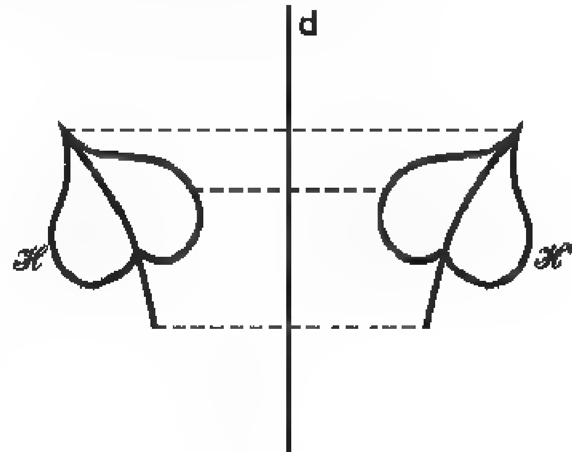
– Hai đường thẳng AC và A'C' đối xứng với nhau qua trục d ;

– Hai góc ABC và A'B'C' đối xứng với nhau qua trục d ;

– Hai tam giác ABC và A'B'C' đối xứng với nhau qua trục d.



Hình 53



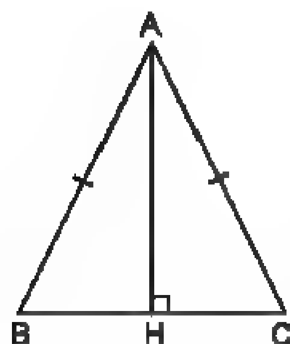
Hình 54

Người ta chứng minh được rằng : *Nếu hai đoạn thẳng (góc, tam giác) đối xứng với nhau qua một đường thẳng thì chúng bằng nhau.*

Trên hình 54, ta có hai hình $\mathcal{H}$ và $\mathcal{H}'$ đối xứng với nhau qua trục d.

3. Hình có trục đối xứng

?3 *Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH (h. 55). Tìm hình đối xứng với mỗi cạnh của tam giác ABC qua AH.*



Hình 55

• Trên hình 55, điểm đối xứng với mỗi điểm thuộc cạnh của tam giác ABC qua AH cũng thuộc cạnh của tam giác ABC. Ta nói đường thẳng AH là *trục đối xứng* của tam giác ABC.

Tổng quát, ta định nghĩa : *Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình $\mathcal{H}$ nếu điểm đối xứng với mỗi điểm thuộc hình $\mathcal{H}$ qua đường thẳng d cũng thuộc hình $\mathcal{H}$.*

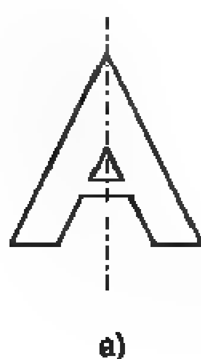
Trong trường hợp này ta còn nói rằng *hình $\mathcal{H}$ có trục đối xứng d.*

?4 *Mỗi hình sau có bao nhiêu trục đối xứng ?*

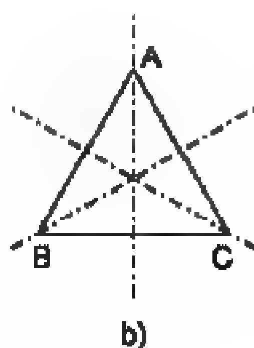
a) Chữ cái in hoa A (h. 56a)

b) Tam giác đều ABC (h. 56b)

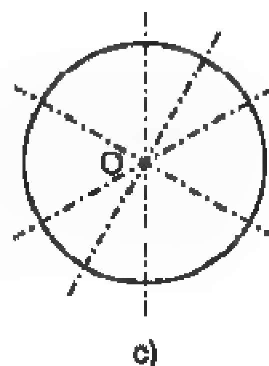
c) Đường tròn tâm O (h. 56c).



a)



b)



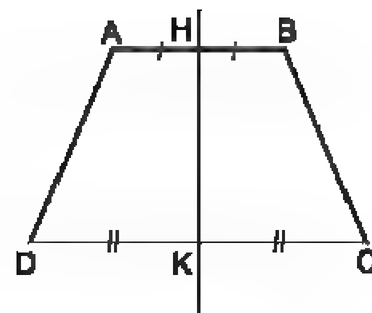
c)

Hình 56

Người ta chứng minh được định lí sau :

> ***Đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy của hình thang cân là trục đối xứng của hình thang cân đó.***

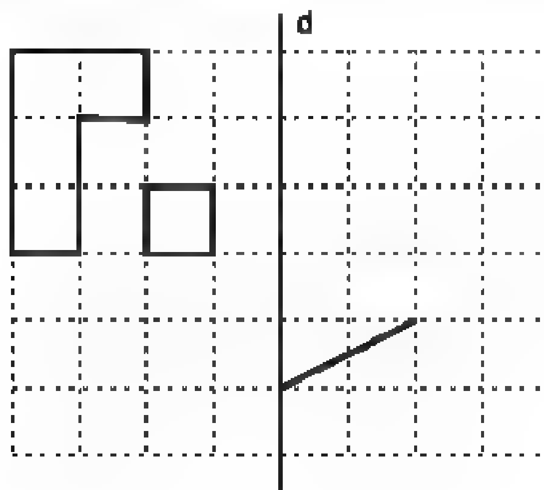
Trên hình 57, đường thẳng HK là trục đối xứng của hình thang cân ABCD.



Hình 57

BÀI TẬP

35. Vẽ hình đối xứng với các hình đã cho qua trục d (h. 58).



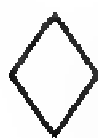
Hình 58

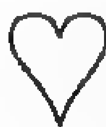
36. Cho góc xOy có số đo 50°, điểm A nằm trong góc đó. Vẽ điểm B đối xứng với A qua Ox, vẽ điểm C đối xứng với A qua Oy.

a) So sánh các độ dài OB và OC.

b) Tính số đo góc BOC.

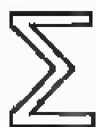
37. Tìm các hình có trục đối xứng trên hình 59.


a)

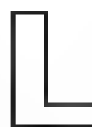

b)


c)


d)


e)


g)


h)


i)

Hình 59

38. ***Thực hành.*** Cắt một tấm bìa hình tam giác cân, một tấm bìa hình thang cân. Hãy cho biết đường nào là trục đối xứng của mỗi hình, sau đó gấp mỗi tấm bìa để kiểm tra lại điều đó.

LUYỆN TẬP

39. a) Cho hai điểm A, B thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d (h. 60). Gọi C là điểm đối xứng với A qua d. Gọi D là giao điểm của đường thẳng d và đoạn thẳng BC. Gọi E là điểm bất kì của đường thẳng d (E khác D). Chứng minh rằng AD + DB < AE + EB.



Hình 60

b) Bạn Tú đang ở vị trí A, cần đến bờ sông d lấy nước rồi đi đến vị trí B (h. 60). Con đường ngắn nhất mà bạn Tú nên đi là con đường nào ?

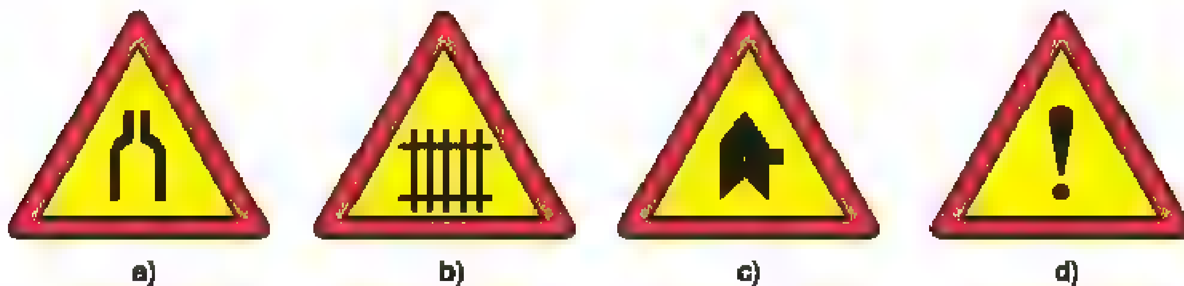
40. Trong các biển báo giao thông sau đây, biển nào có trục đối xứng ?

a) Biển nguy hiểm : đường hẹp hai bên (h. 61a) ;

b) Biển nguy hiểm : đường giao với đường sắt có rào chắn (h. 61b) ;

c) Biển nguy hiểm : đường ưu tiên gặp đường không ưu tiên bên phải (h. 61c) ;

d) Biển nguy hiểm khác (h. 61d).



Hình 61 (viền đỏ, nền vàng)

41. Các câu sau đúng hay sai ?

a) Nếu ba điểm thẳng hàng thì ba điểm đối xứng với chúng qua một trục cũng thẳng hàng.

b) Hai tam giác đối xứng với nhau qua một trục thì có chu vi bằng nhau

c) Một đường tròn có vô số trục đối xứng.

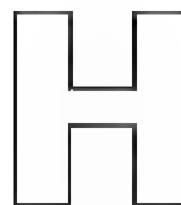
d) Một đoạn thẳng chỉ có một trục đối xứng.

42. ***Đố.***

a) Hãy tập cắt chữ D (h. 62a) bằng cách gấp đôi tờ giấy. Kể tên một vài chữ cái khác (kiểu chữ in hoa) có trục đối xứng.

b) Vì sao ta có thể gấp tờ giấy làm tư để cắt chữ H (h. 62b) ?


a)


b)

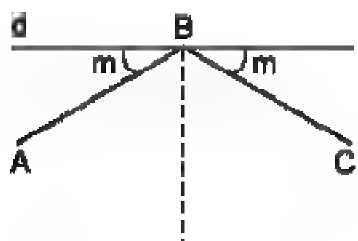
Hình 62



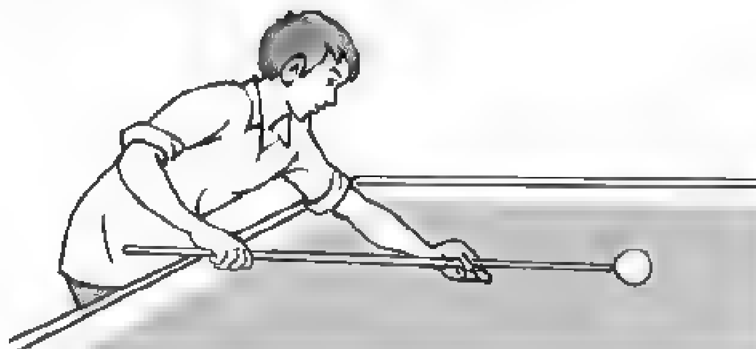
Có thể em chưa biết

TIA SÁNG VÀ ĐƯỜNG ĐI CỦA QUẢ BI-A

Trên hình 63, tia sáng từ A chiếu tới mặt gương d tại điểm B và tạo với d một góc m thì bao giờ nó cũng phản xạ lại theo tia BC tạo với d một góc cũng bằng m. Các tia BA và BC đối xứng với nhau qua đường vuông góc với d tại B.

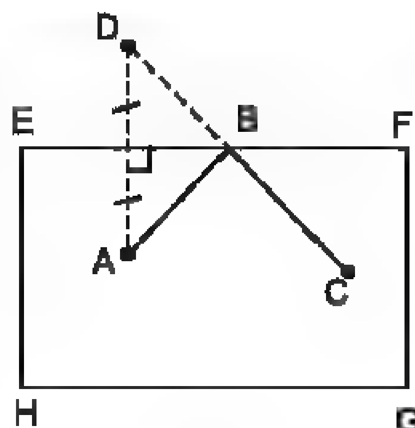


Hình 63



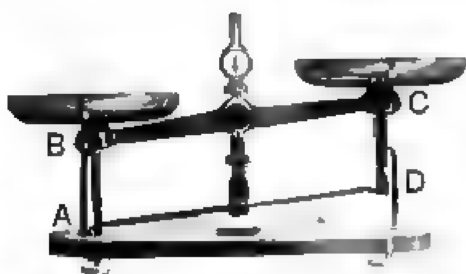
Cũng trên hình 63, quả bi-a từ A chạm vào d (thành của bàn bi-a) tại điểm B và tạo với d một góc m thì bao giờ nó cũng bật lại theo tia BC tạo với d một góc cũng bằng m. Các tia BA và BC đối xứng với nhau qua đường vuông góc với d tại B.

Trên mặt bàn bi-a EFGH có hai quả bi-a ở A và C (h. 64). Quan sát trên hình vẽ, ta thấy . Nếu ta đánh vào quả bi-a ở A sao cho nó đập vào thành bàn EF tại điểm B thì quả bi-a đó sẽ bật lại và đập vào quả bi-a ở C.



Hình 64

§7. Hình bình hành



Hình 65

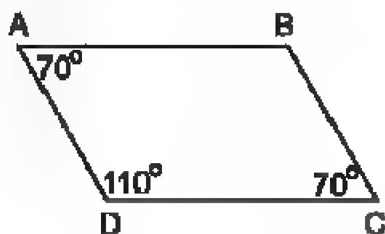
Khi hai đĩa cân nâng lên và hạ xuống (h. 65), ABCD luôn luôn là hình gì ?

1. Định nghĩa

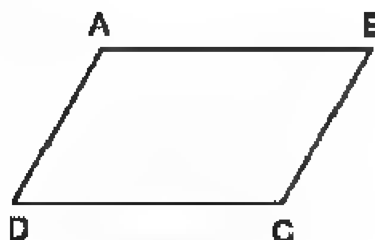
?1 *Các cạnh đối của tứ giác ABCD trên hình 66 có gì đặc biệt ?*

• Tứ giác ABCD trên hình 66 là một *hình bình hành*.

> ***Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.***



Hình 66



Hình 67

$$\text{Tứ giác ABCD là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

• Từ định nghĩa hình bình hành và hình thang, ta suy ra . Hình bình hành là một hình thang đặc biệt (hình bình hành là hình thang có hai cạnh bên song song).

2. Tính chất

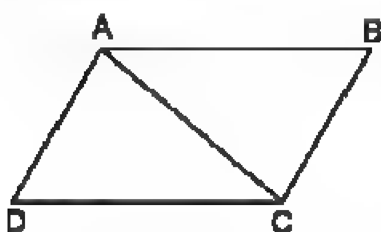
?2 *Cho hình bình hành ABCD (h. 67). Hãy thử phát hiện các tính chất về cạnh, về góc, về đường chéo của hình bình hành đó.*

Định lí

> ***Trong hình bình hành :***
> ***a) Các cạnh đối bằng nhau.***
> ***b) Các góc đối bằng nhau.***
> ***c) Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.***

GT	ABCD là hình bình hành AC cắt BD tại O
KL	a) AB = CD, AD = BC b) $\widehat{A} = \widehat{C}, \widehat{B} = \widehat{D}$ c) OA = OC, OB = OD

Chứng minh



Hình 68

a) Hình bình hành ABCD (h. 68) là hình thang có hai cạnh bên AD, BC song song nên AD = BC, AB = CD.

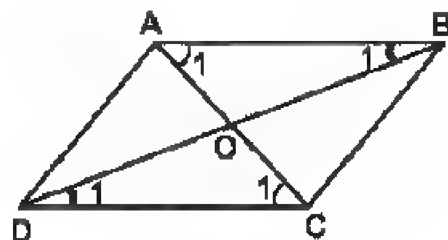
b) (h. 68). ΔABC = ΔCDA (c.c.c) suy ra $\widehat{B} = \widehat{D}$. Chứng minh tương tự : $\widehat{A} = \widehat{C}$.

c) (h. 69) ΔAOB và ΔCOD có :

AB = CD (cạnh đối hình bình hành)

$\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$ (so le trong, AB // CD)

$\widehat{B}_1 = \widehat{D}_1$ (so le trong, AB // CD).



Hình 69

Do đó ΔAOB = ΔCOD (g.c.g), suy ra OA = OC, OB = OD.

3. Dấu hiệu nhận biết

1. Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.

2. Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.

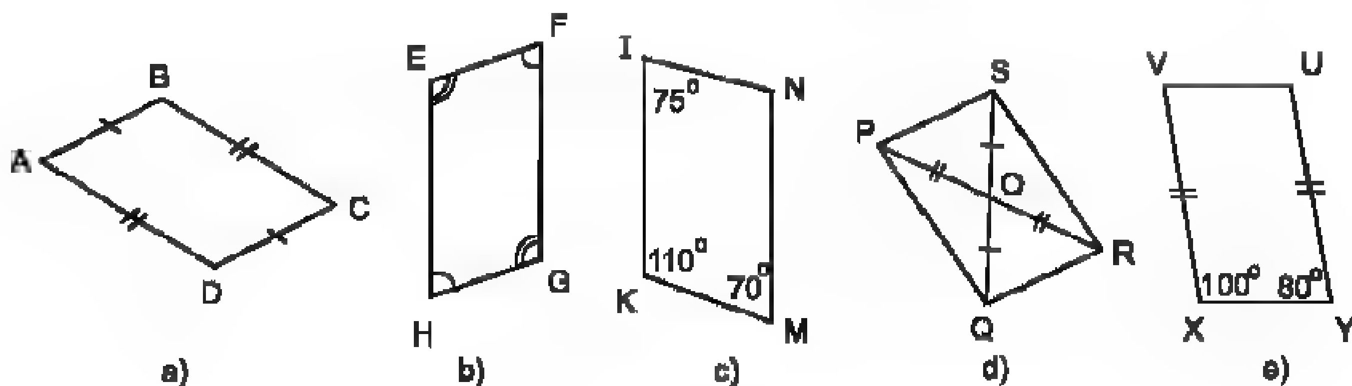
3. Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.

4. Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.

5. Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

Học sinh tự chứng minh các dấu hiệu nhận biết trên.

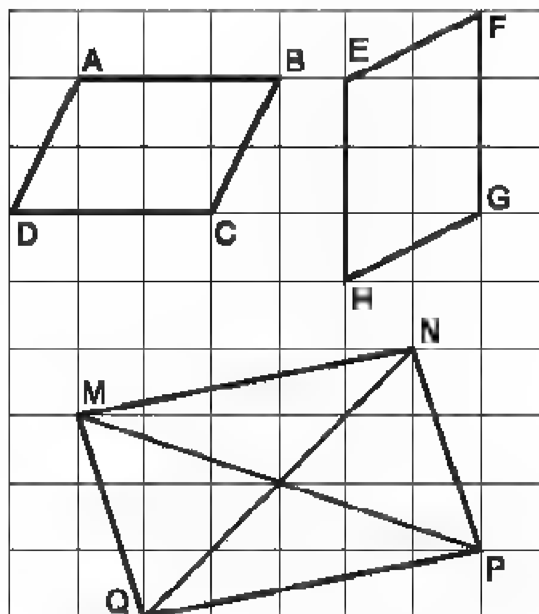
?3 *Trong các tứ giác ở hình 70, tứ giác nào là hình bình hành ? Vì sao ?*



Hình 70

BÀI TẬP

43. Các tứ giác ABCD, EFGH, MNPQ trên giấy kẻ ô vuông ở hình 71 có là hình bình hành hay không ?



Hình 71

44. Cho hình bình hành ABCD. Gọi E là trung điểm của AD, F là trung điểm của BC. Chứng minh rằng BE = DF.

45. Cho hình bình hành ABCD (AB > BC). Tia phân giác của góc D cắt AB ở E, tia phân giác của góc B cắt CD ở F.

a) Chứng minh rằng DE // BF

b) Tứ giác DEBF là hình gì ? Vì sao ?

LUYỆN TẬP

46. Các câu sau đúng hay sai ?

a) Hình thang có hai cạnh đáy bằng nhau là hình bình hành.

b) Hình thang có hai cạnh bên song song là hình bình hành.

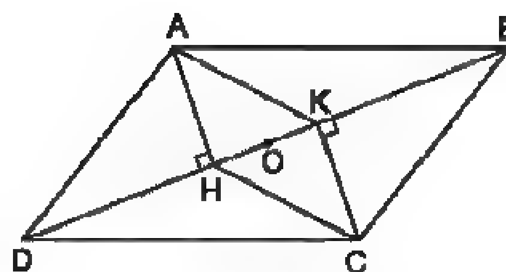
c) Tứ giác có hai cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.

d) Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau là hình bình hành.

47. Cho hình 72, trong đó ABCD là hình bình hành.

a) Chứng minh rằng AHCK là hình bình hành.

b) Gọi O là trung điểm của HK. Chứng minh rằng ba điểm A, O, C thẳng hàng



Hình 72

48. Tứ giác ABCD có E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Tứ giác EFGH là hình gì ? Vì sao ?

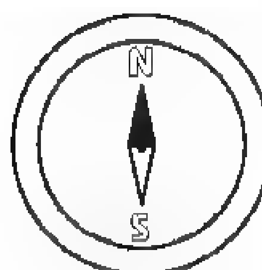
49. Cho hình bình hành ABCD Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của CD, AB Đường chéo BD cắt AI, CK theo thứ tự ở M và N. Chứng minh rằng :

a) AI // CK.

b) DM – MN – NB.

§8. Đối xứng tâm

Các chữ cái N và S trên chiếc la bàn (h. 73) có chung tính chất sau : đó là các chữ cái có tâm đối xứng.



Hình 73

1. Hai điểm đối xứng qua một điểm

?1 *Cho điểm O và điểm A. Hãy vẽ điểm A' sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng AA'.*

• Cho hình 74. Ta gọi A' là điểm đối xứng với điểm A qua điểm O, A là điểm đối xứng với điểm A' qua điểm O, hai điểm A và A' là *hai điểm đối xứng với nhau qua điểm O*.



Hình 74

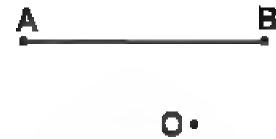
Định nghĩa

Hai điểm gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm đó.

Quy ước. *Điểm đối xứng với điểm O qua điểm O cũng là điểm O.*

2. Hai hình đối xứng qua một điểm

?2 *Cho điểm O và đoạn thẳng AB (h. 75)*



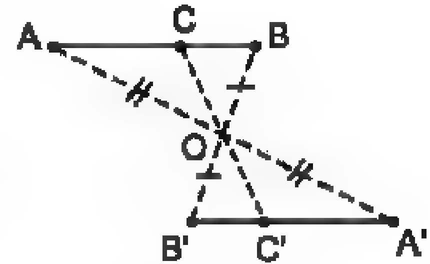
Hình 75

– Vẽ điểm A' đối xứng với A qua O.

– Vẽ điểm B' đối xứng với B qua O.

– Lấy điểm C thuộc đoạn thẳng AB, vẽ điểm C' đối xứng với C qua O.

– Dùng thước để kiểm nghiệm rằng điểm C' thuộc đoạn thẳng A'B'.



Hình 76

• Trên hình 76, hai đoạn thẳng AB và A'B' gọi là *hai đoạn thẳng đối xứng với nhau qua điểm O.*

Tổng quát, ta định nghĩa : *Hai hình gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu mỗi điểm thuộc hình này đối xứng với một điểm thuộc hình kia qua điểm O và ngược lại.*

Điểm O gọi là *tâm đối xứng* của hai hình đó.

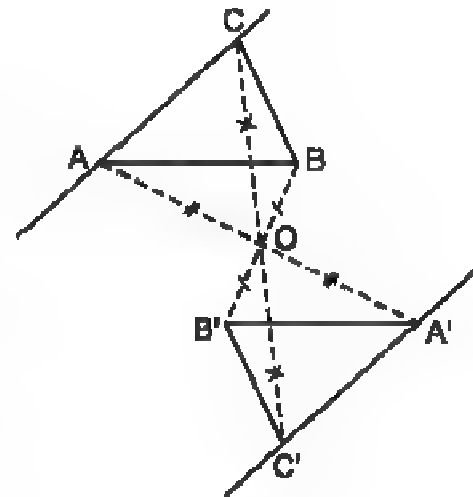
• Trên hình 77, ta có :

– Hai đoạn thẳng AB và A'B' đối xứng với nhau qua tâm O.

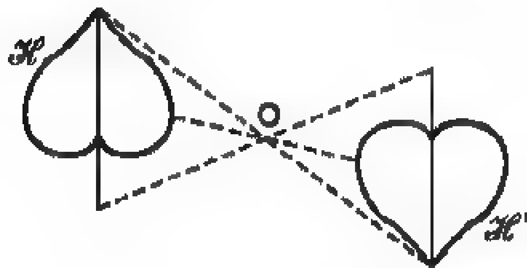
– Hai đường thẳng AC và A'C' đối xứng với nhau qua tâm O.

– Hai góc ABC và A'B'C' đối xứng với nhau qua tâm O.

– Hai tam giác ABC và A'B'C' đối xứng với nhau qua tâm O.



Hình 77



Hình 78

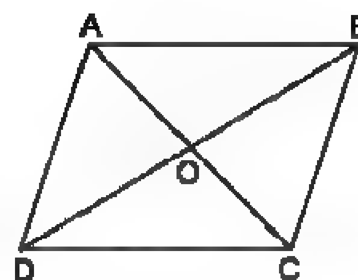
Người ta cũng chứng minh được rằng : *Nếu hai đoạn thẳng (góc, tam giác) đối xứng với nhau qua một điểm thì chúng bằng nhau.*

• Trên hình 78, ta có hai hình ℋ và ℋ' đối xứng với nhau qua tâm O.

3. Hình có tâm đối xứng

?3 *Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành ABCD (h. 79). Tìm hình đối xứng với mỗi cạnh của hình bình hành qua điểm O.*

• Trên hình 79, điểm đối xứng với mỗi điểm thuộc cạnh của hình bình hành ABCD qua điểm O cũng thuộc cạnh của hình bình hành. Ta nói điểm O là *tâm đối xứng của hình bình hành ABCD*.



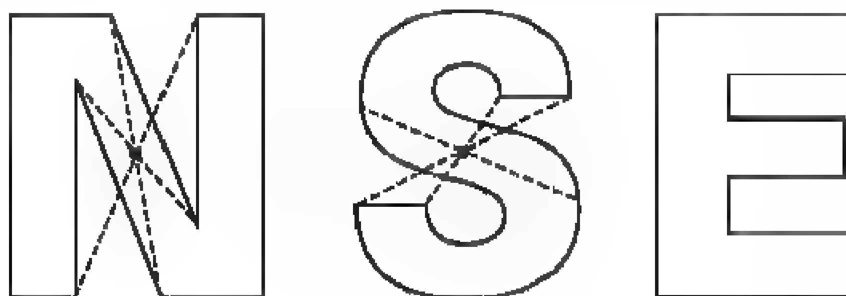
Hình 79

Tổng quát, ta định nghĩa : *Điểm O gọi là tâm đối xứng của hình $\mathscr{H}$ nếu điểm đối xứng với mỗi điểm thuộc hình $\mathscr{H}$ qua điểm O cũng thuộc hình $\mathscr{H}$.* Trong trường hợp này, ta còn nói rằng *hình $\mathscr{H}$ có tâm đối xứng O*.

Định lí

> ***Giao điểm hai đường chéo của hình bình hành là tâm đối xứng của hình bình hành đó.***

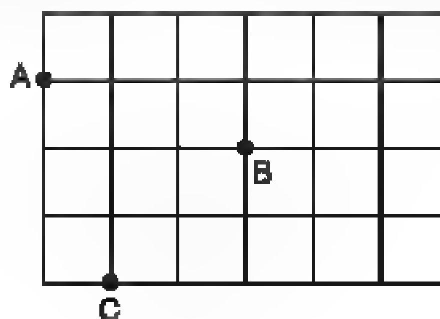
?4 *Trên hình 80, các chữ cái N và S có tâm đối xứng, chữ cái E không có tâm đối xứng. Hãy tìm thêm một vài chữ cái khác (kiểu chữ in hoa) có tâm đối xứng*



Hình 80

BÀI TẬP

50. Vẽ điểm A' đối xứng với A qua B, vẽ điểm C' đối xứng với C qua B (h. 81)

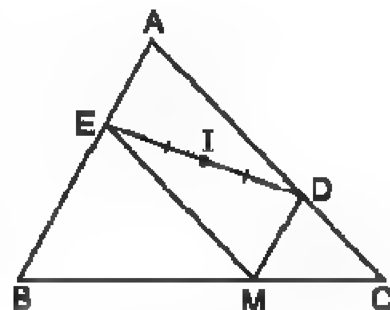


Hình 81

51. Trong mặt phẳng toạ độ, cho điểm H có toạ độ (3 ; 2). Hãy vẽ điểm K đối xứng với H qua gốc toạ độ và tìm toạ độ của K.

52. Cho hình bình hành ABCD. Gọi E là điểm đối xứng với D qua điểm A, gọi F là điểm đối xứng với D qua điểm C. Chứng minh rằng điểm E đối xứng với điểm F qua điểm B.

53. Cho hình 82, trong đó MD // AB và ME // AC. Chứng minh rằng điểm A đối xứng với điểm M qua điểm I.



Hình 82

LUYỆN TẬP

54. Cho góc vuông xOy, điểm A nằm trong góc đó. Gọi B là điểm đối xứng với A qua Ox, gọi C là điểm đối xứng với A qua Oy. Chứng minh rằng điểm B đối xứng với điểm C qua O.

55. Cho hình bình hành ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo. Một đường thẳng đi qua O cắt các cạnh AB và CD theo thứ tự ở M và N. Chứng minh rằng điểm M đối xứng với điểm N qua O.

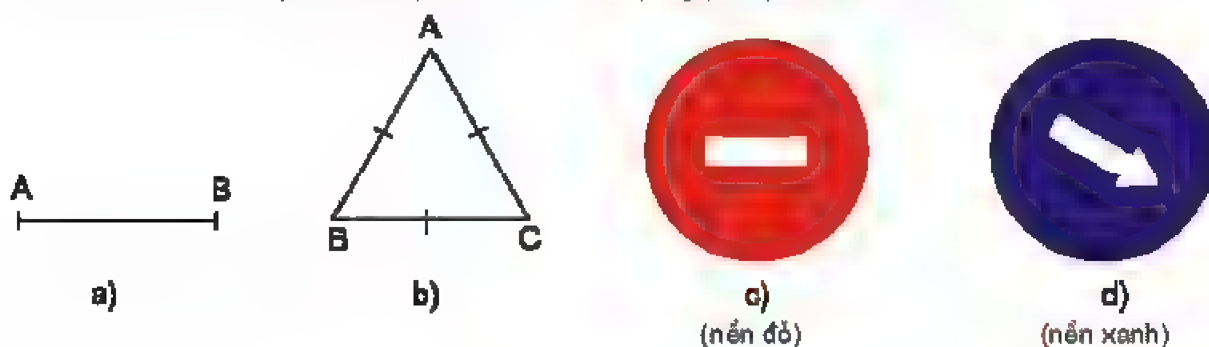
56. Trong các hình sau, hình nào có tâm đối xứng ?

a) Đoạn thẳng AB (h. 83a) ;

b) Tam giác đều ABC (h. 83b) ;

c) Biển cấm đi ngược chiều (h. 83c).

d) Biển chỉ hướng đi vòng tránh chướng ngại vật (h. 83d).



Hình 83

57. Các câu sau đúng hay sai ?

a) Tâm đối xứng của một đường thẳng là điểm bất kì của đường thẳng đó.

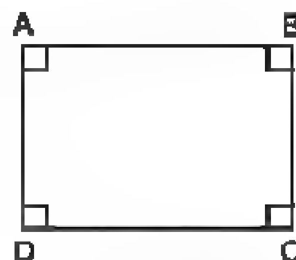
b) Trọng tâm của một tam giác là tâm đối xứng của tam giác đó.

c) Hai tam giác đối xứng với nhau qua một điểm thì có chu vi bằng nhau.

§9. Hình chữ nhật

Với một chiếc êke, ta có thể kiểm tra được một tứ giác có là hình chữ nhât hay không. Với môt chiếc compa, ta cũng có thể làm được điều đó

1. Định nghĩa



Hình 84

Tứ giác ABCD trên hình 84 có $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$ là một *hình chữ nhật*.

Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

Tứ giác ABCD là hình chữ nhật $\Leftrightarrow$ $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$.

?1 *Chứng minh rằng hình chữ nhật ABCD trên hình 84 cũng là một hình bình hành, một hình thang cân.*

• Từ định nghĩa hình chữ nhật, ta suy ra : Hình chữ nhật cũng là một hình bình hành, cũng là một hình thang cân.

2. Tính chất

Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành, của hình thang cân.

Từ tính chất của hình thang cân và hình bình hành, ta có .

Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

3. Dấu hiệu nhận biết

1. Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.

2. Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

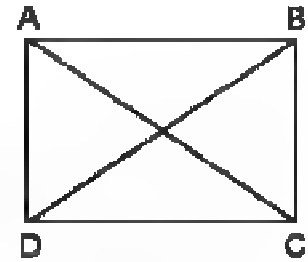
3. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

4. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

Sau đây ta chứng minh dấu hiệu nhận biết 4, các dấu hiệu còn lại học sinh tự chứng minh.

GT	ABCD là hình bình hành, AC = BD
KL	ABCD là hình chữ nhật

Chứng minh. (h. 85)



Hình 85

ABCD là hình bình hành nên AB // CD, AD // BC. Ta có AB // CD, AC = BD nên ABCD là hình thang cân (hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân), suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{BCD}$.

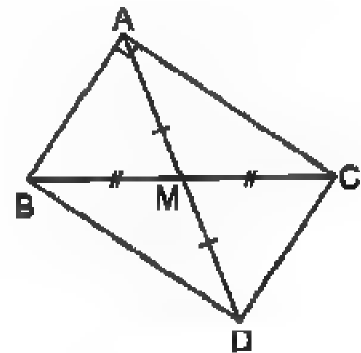
Ta lại có $\widehat{ADC} + \widehat{BCD} = 180^\circ$ (góc trong cùng phía, AD // BC) nên

$\widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$. Do đó hình thang cân ABCD có bốn góc cùng bằng 90°. Vậy ABCD là hình chữ nhật.

?2 *Với một chiếc compa, ta sẽ kiểm tra được hai đoạn thẳng bằng nhau hay không bằng nhau. Bằng compa, để kiểm tra tứ giác ABCD có là hình chữ nhật hay không, ta làm thế nào ?*

4. Áp dụng vào tam giác

?3 *Cho hình 86.*



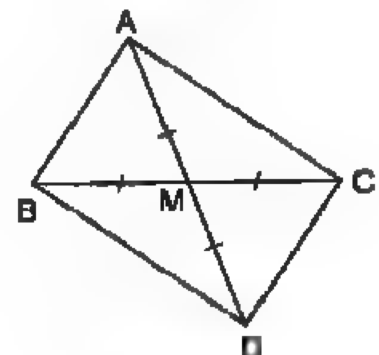
Hình 86

a) *Tứ giác ABDC là hình gì ? Vì sao ?*

b) *So sánh các độ dài AM và BC.*

c) *Tam giác vuông ABC có AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền. Hãy phát biểu tính chất tìm được ở câu b) dưới dạng một định lí.*

?4 *Cho hình 87.*



Hình 87

a) *Tứ giác ABDC là hình gì ? Vì sao ?*

b) *Tam giác ABC là tam giác gì ?*

c) *Tam giác ABC có đường trung tuyến AM bằng nửa cạnh BC. Hãy phát biểu tính chất tìm được ở câu b) dưới dạng một định lí.*

• Ta có các định lí áp dụng vào tam giác :

1. Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.

2. Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

BÀI TẬP

58. Điền vào chỗ trống, biết rằng a, b là độ dài các cạnh, d là độ dài đường chéo của một hình chữ nhật.

a	5	...	$\sqrt{13}$
b	12	$\sqrt{6}$	...
d	...	$\sqrt{10}$	7

59. Chứng minh rằng :

a) Giao điểm hai đường chéo của hình chữ nhật là tâm đối xứng của hình chữ nhật đó.

b) Hai đường thẳng đi qua trung điểm hai cặp cạnh đối của hình chữ nhật là hai trục đối xứng của hình chữ nhật đó

60. Tính độ dài đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của một tam giác vuông có các cạnh góc vuông bằng 7cm và 24cm.

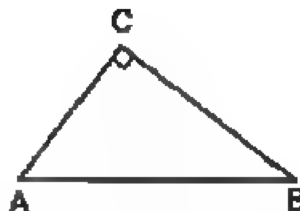
61. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC, E là điểm đối xứng với H qua I. Tứ giác AHCE là hình gì ? Vì sao ?

LUYỆN TẬP

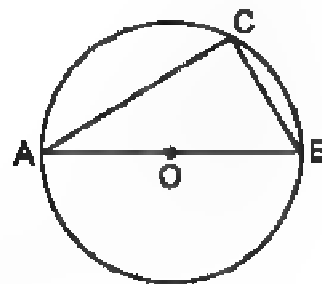
62. Các câu sau đúng hay sai ?

a) Nếu tam giác ABC vuông tại C thì điểm C thuộc đường tròn có đường kính là AB (h. 88).

b) Nếu điểm C thuộc đường tròn có đường kính là AB (C khác A và B) thì tam giác ABC vuông tại C (h. 89).

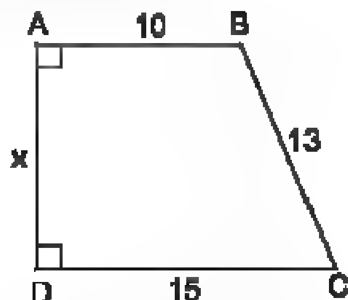


Hình 88

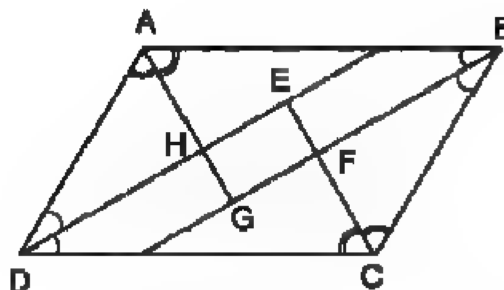


Hình 89

63. Tìm x trên hình 90.



Hình 90

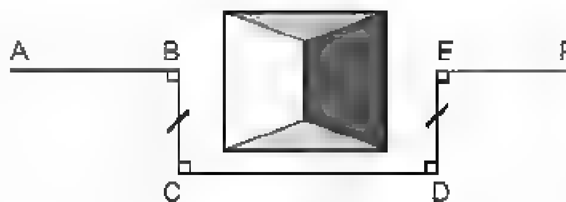


Hình 91

64. Cho hình bình hành ABCD. Các tia phân giác của các góc A, B, C, D cắt nhau như trên hình 91. Chứng minh rằng EFGH là hình chữ nhật.

65. Tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Tứ giác EFGH là hình gì ? Vì sao ?

66. ***Đố.*** Một đội công nhân đang trồng cây trên đoạn đường AB thì gặp chướng ngại vật che lấp tầm nhìn (h. 92). Đội đã dựng các điểm C, D, E như trên hình vẽ rồi trồng cây tiếp trên đoạn đường EF vuông góc với DE. Vì sao AB và EF cùng nằm trên một đường thẳng ?



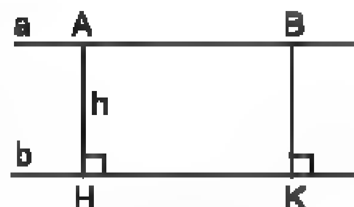
Hình 92

§10. Đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước

Các điểm cách đường thẳng d một khoảng bằng h nằm trên đường nào ?

1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

?1 *Cho hai đường thẳng song song a và b (h. 93). Gọi A và B là hai điểm bất kì thuộc đường thẳng a, AH và BK là các đường vuông góc kẻ từ A và B đến đường thẳng b. Gọi độ dài AH là h. Tính độ dài BK theo h.*



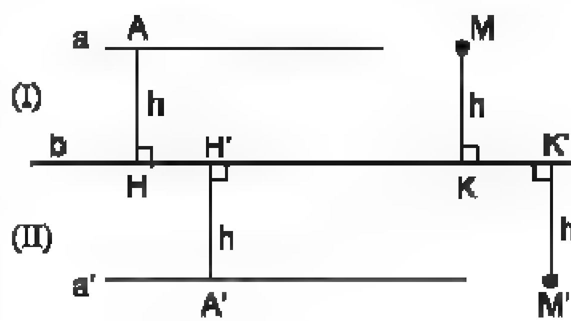
Hình 93

• *Ta rút ra nhận xét :* Mọi điểm thuộc đường thẳng a trên hình 93 cách đường thẳng b một khoảng bằng h. Tương tự, mọi điểm thuộc đường thẳng b cũng cách đường thẳng a một khoảng bằng h. Ta nói h là *khoảng cách giữa hai đường thẳng song song a và b.*

Định nghĩa. *Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm tuỳ ý trên đường thẳng này đến đường thẳng kia.*

2. Tính chất của các điểm cách đều một đường thẳng cho trước

?2 *Cho đường thẳng b. Gọi a và a' là hai đường thẳng song song với đường thẳng b và cùng cách đường thẳng b một khoảng bằng h (h. 94), (I) và (II) là các nửa mặt phẳng bờ b. Gọi M, M' là các điểm cách đường thẳng b một khoảng bằng h, trong đó M thuộc nửa mặt phẳng (I), M' thuộc nửa mặt phẳng (II). Chứng minh rằng $M \in a$, $M' \in a'$.*

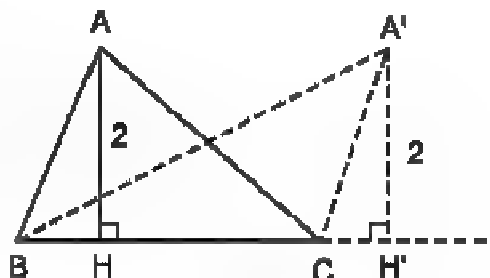


Hình 94

Tính chất. *Các điểm cách đường thẳng b một khoảng bằng h nằm trên hai đường thẳng song song với b và cách b một khoảng bằng h.*

?3 *Xét các tam giác ABC có cạnh BC cố định, đường cao ứng với cạnh BC luôn bằng 2cm (h. 95). Đỉnh A của các tam giác đó nằm trên đường nào ?*

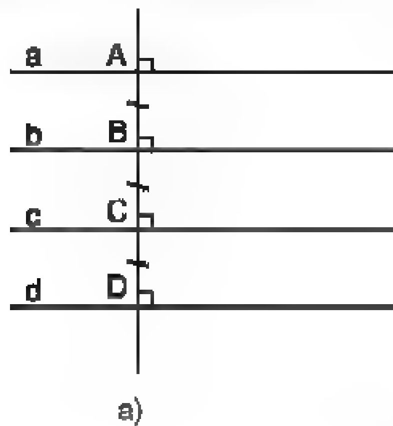
Nhận xét. Từ định nghĩa khoảng cách giữa hai đường thẳng song song và tính chất trên, ta có : *Tập hợp các điểm cách một đường thẳng cố định một khoảng bằng h không đổi là hai đường thẳng song song với đường thẳng đó và cách đường thẳng đó một khoảng bằng h*

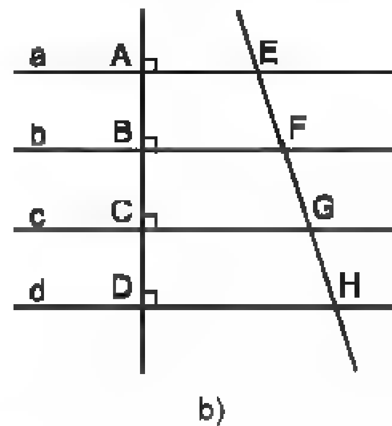


Hình 95

3. Đường thẳng song song cách đều

Trên hình 96a, các đường thẳng a, b, c, d song song với nhau và khoảng cách giữa các đường thẳng a và b, b và c, c và d bằng nhau. Ta gọi chúng là các *đường thẳng song song cách đều*.





Hình 96

?4 *Cho hình 96b, trong đó các đường thẳng a, b, c, d song song với nhau. Chứng minh rằng :*

a) Nếu các đường thẳng a, b, c, d song song cách đều thì EF = FG = GH.

b) Nếu EF = FG = GH thì các đường thẳng a, b, c, d song song cách đều.

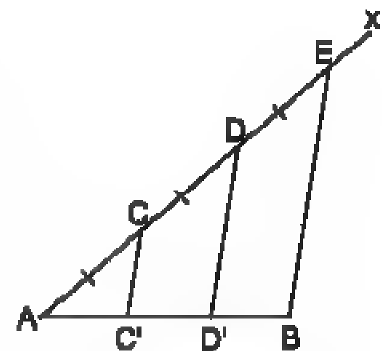
Ta có định lí :

– Nếu các đường thẳng song song cách đều cắt một đường thẳng thì chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau.

– Nếu các đường thẳng song song cắt một đường thẳng và chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau thì chúng song song cách đều.

BÀI TẬP

67. Cho đoạn thẳng AB. Kẻ tia Ax bất kì. Trên tia Ax lấy các điểm C, D, E sao cho AC = CD = DE (h. 97). Kẻ đoạn thẳng EB. Qua C, D kẻ các đường thẳng song song với EB. Chứng minh rằng đoạn thẳng AB bị chia ra ba phần bằng nhau.



Hình 97

68. Cho điểm A nằm ngoài đường thẳng d và có khoảng cách đến d bằng 2cm. Lấy điểm B bất kì thuộc đường thẳng d. Gọi C là điểm đối xứng với điểm A qua điểm B. Khi điểm B di chuyển trên đường thẳng d thì điểm C di chuyển trên đường nào ?

69. Ghép mỗi ý (1), (2), (3), (4) với một trong các ý (5), (6), (7), (8) để được một khẳng định đúng :

(1) Tập hợp các điểm cách điểm A cố định một khoảng 3cm

(2) Tập hợp các điểm cách đều hai đầu của đoạn thẳng AB cố định

(3) Tập hợp các điểm nằm trong góc xOy và cách đều hai cạnh của góc đó

(4) Tập hợp các điểm cách đều đường thẳng a cố định một khoảng 3cm

(5) là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

(6) là hai đường thẳng song song với a và cách a một khoảng 3cm.

(7) là đường tròn tâm A bán kính 3cm.

(8) là tia phân giác của góc xOy.

LUYỆN TẬP

70. Cho góc vuông xOy, điểm A thuộc tia Oy sao cho OA = 2cm. Lấy B là một điểm bất kì thuộc tia Ox. Gọi C là trung điểm của AB. Khi điểm B di chuyển trên tia Ox thì điểm C di chuyển trên đường nào ?

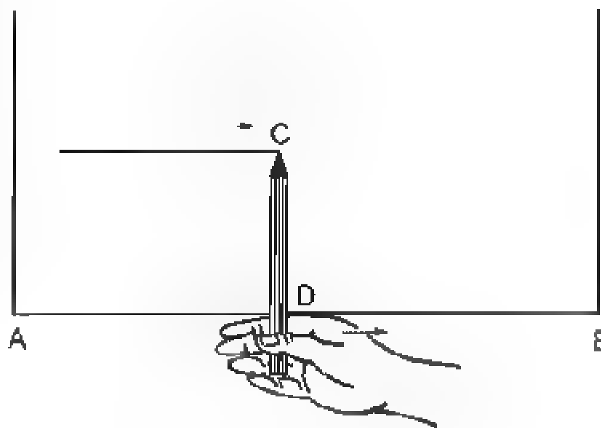
71. Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy M là một điểm bất kì thuộc cạnh BC. Gọi MD là đường vuông góc kẻ từ M đến AB, ME là đường vuông góc kẻ từ M đến AC, O là trung điểm của DE.

a) Chứng minh rằng ba điểm A, O, M thẳng hàng.

b) Khi điểm M di chuyển trên cạnh BC thì điểm O di chuyển trên đường nào ?

c) Điểm M ở vị trí nào trên cạnh BC thì AM có độ dài nhỏ nhất ?

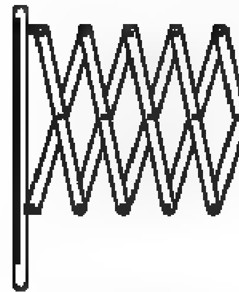
72. ***Đố.*** Để vạch một đường thẳng song song với mép gỗ AB và cách mép gỗ 10cm, bác thợ mộc đặt đoạn bút chì CD dài 10cm vuông góc với ngón tay trỏ lấy làm cữ (h. 98), rồi đưa ngón trỏ chạy dọc theo mép gỗ AB. Căn cứ vào kiến thức nào mà ta kết luận được rằng đầu chì C vạch nên đường thẳng song song với AB và cách AB là 10cm ?



Hình 98

§11. Hình thoi

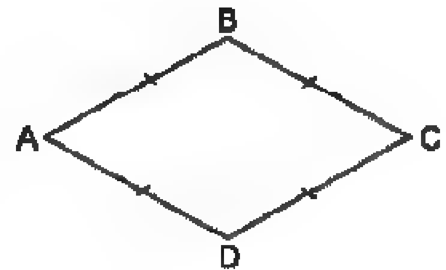
Các thanh sắt ở cửa xếp (h. 99) tạo thành những hình thoi



Hình 99

1. Định nghĩa

Tứ giác ABCD trên hình 100 có AB = BC = CD = DA là một *hình thoi*.



Hình 100

Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

Tứ giác ABCD là hình thoi ⇔ AB = BC = CD = DA.

?1 *Chứng minh rằng tứ giác ABCD trên hình 100 cũng là một hình bình hành.*

Từ định nghĩa hình thoi, ta suy ra : Hình thoi cũng là một hình bình hành.

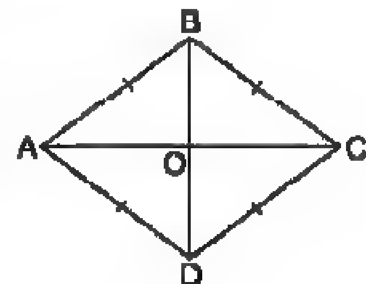
2. Tính chất

Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành.

?2 *Cho hình thoi ABCD, hai đường chéo cắt nhau tại O (h. 101).*

a) *Theo tính chất của hình bình hành, hai đường chéo của hình thoi có tính chất gì ?*

b) *Hãy phát hiện thêm các tính chất khác của hai đường chéo AC và BD.*



Hình 101

Định lí

Trong hình thoi :

a) Hai đường chéo vuông góc với nhau.

b) Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.

GT	ABCD là hình thoi
KL	AC ⊥ BD AC là đường phân giác của góc A, BD là đường phân giác của góc B CA là đường phân giác của góc C, DB là đường phân giác của góc D

Chứng minh. (h. 101)

ΔABC có AB = BC (định nghĩa hình thoi) nên là tam giác cân.

BO là đường trung tuyến của tam giác cân đó (vì AO = OC theo tính chất đường chéo hình bình hành).

ΔABC cân tại B có BO là đường trung tuyến nên BO cũng là đường cao và đường phân giác.

Vậy BD ⊥ AC và BD là đường phân giác của góc B.

Chứng minh tương tự, CA là đường phân giác của góc C, DB là đường phân giác của góc D, AC là đường phân giác của góc A.

3. Dấu hiệu nhận biết

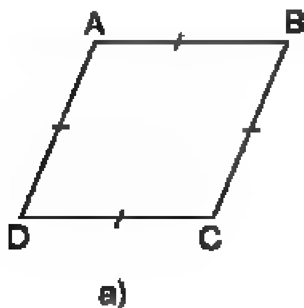
1. Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi
2. Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
3. Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
4. Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

?3 *Hãy chứng minh dấu hiệu nhận biết 3.*

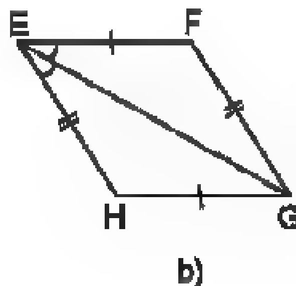
Học sinh tự chứng minh các dấu hiệu nhận biết còn lại.

BÀI TẬP

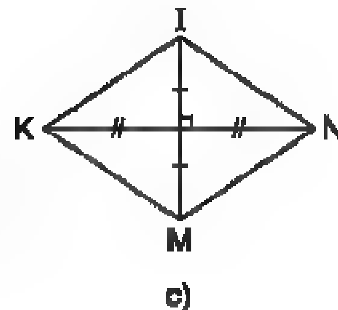
73. Tìm các hình thoi trên hình 102



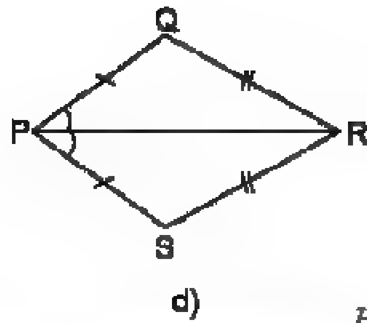
a)

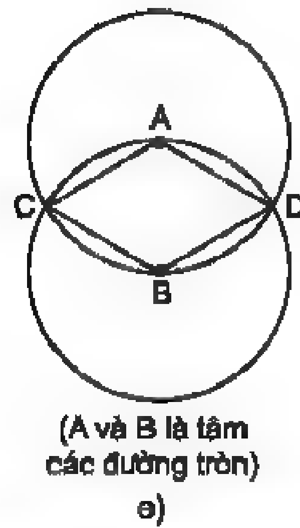


b)



c)





Hình 102

74. Hai đường chéo của một hình thoi bằng 8cm và 10cm. Cạnh của hình thoi bằng giá trị nào trong các giá trị sau :

(A) 6cm ; (B) $\sqrt{41}$cm ; (C) $\sqrt{164}$cm ; (D) 9cm ?

75. Chứng minh rằng các trung điểm của bốn cạnh của một hình chữ nhật là các đỉnh của một hình thoi.

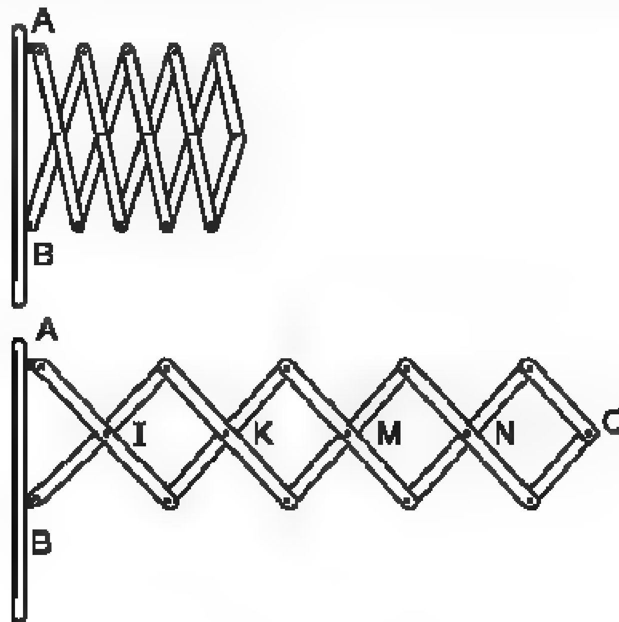
76. Chứng minh rằng các trung điểm của bốn cạnh của một hình thoi là các đỉnh của một hình chữ nhật.

77. Chứng minh rằng :

a) Giao điểm hai đường chéo của hình thoi là tâm đối xứng của hình thoi.

b) Hai đường chéo của hình thoi là hai trục đối xứng của hình thoi.

78. ***Đố.*** Hình 103 biểu diễn một phần của cửa xếp, gồm những thanh kim loại dài bằng nhau và được liên kết với nhau bởi các chốt tại hai đầu và tại trung điểm. Vì sao tại mỗi vị trí của cửa xếp, các tứ giác trên hình vẽ đều là hình thoi, các điểm chốt I, K, M, N, O nằm trên một đường thẳng ?

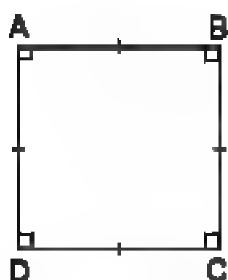


Hình 103

§12. Hình vuông

Có tứ giác nào vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi hay không ?

1. Định nghĩa



Hình 104

Tứ giác ABCD trên hình 104 có $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$ và $AB = BC = CD = DA$ là một *hình vuông*.

Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau.

Tứ giác ABCD là hình vuông $\Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ \\ AB = BC = CD = DA \end{cases}$

Từ định nghĩa hình vuông, ta suy ra :

Hình vuông là hình chữ nhật có bốn cạnh bằng nhau.

– Hình vuông là hình thoi có bốn góc vuông.

Như vậy hình vuông vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi.

2. Tính chất

Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.

?1 *Đường chéo của hình vuông có những tính chất gì ?*

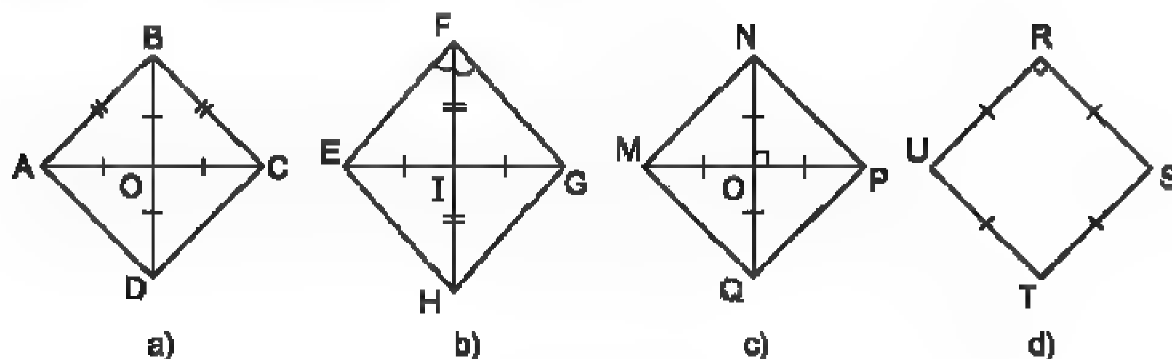
3. Dấu hiệu nhận biết

1. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
2. Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
3. Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.
4. Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
5. Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

Học sinh tự chứng minh các dấu hiệu nhận biết trên.

Nhận xét. *Một tứ giác vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi thì tứ giác đó là hình vuông.*

?2 *Tìm các hình vuông trên hình 105.*



Hình 105

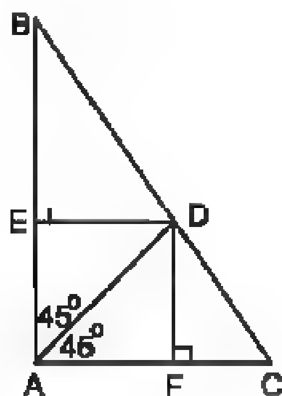
BÀI TẬP

79. a) Một hình vuông có cạnh bằng 3cm. Đường chéo của hình vuông đó bằng : 6cm, $\sqrt{18}$cm, 5cm hay 4cm ?

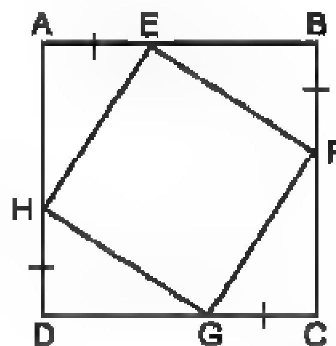
b) Đường chéo của một hình vuông bằng 2dm. Cạnh của hình vuông đó bằng : 1dm, $\frac{3}{2}$dm, $\sqrt{2}$dm hay $\frac{4}{3}$dm ?

80. Hãy chỉ rõ tâm đối xứng của hình vuông, các trục đối xứng của hình vuông.

81. Cho hình 106. Tứ giác AEDF là hình gì ? Vì sao ?



Hình 106



Hình 107

82. Cho hình 107, trong đó ABCD là hình vuông. Chứng minh rằng tứ giác EFGH là hình vuông.

LUYỆN TẬP

83. Các câu sau đúng hay sai ?

a) Tứ giác có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.

b) Tứ giác có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình thoi.

c) Hình thoi là tứ giác có tất cả các cạnh bằng nhau.

d) Hình chữ nhật có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

e) Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.

84. Cho tam giác ABC, D là điểm nằm giữa B và C. Qua D kẻ các đường thẳng song song với AB và AC, chúng cắt các cạnh AC và AB theo thứ tự ở E và F.

a) Tứ giác AEDF là hình gì ? Vì sao ?

b) Điểm D ở vị trí nào trên cạnh BC thì tứ giác AEDF là hình thoi ?

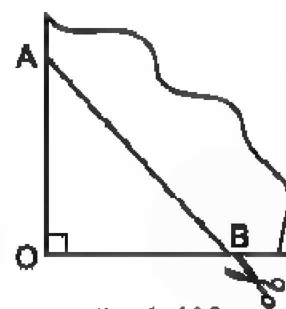
c) Nếu tam giác ABC vuông tại A thì tứ giác AEDF là hình gì ? Điểm D ở vị trí nào trên cạnh BC thì tứ giác AEDF là hình vuông ?

85. Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 2AD. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, CD. Gọi M là giao điểm của AF và DE, N là giao điểm của BF và CE.

a) Tứ giác ADFE là hình gì ? Vì sao ?

b) Tứ giác EMFN là hình gì ? Vì sao ?

86. ***Đố.*** Lấy một tờ giấy gấp làm tư rồi cắt chéo theo nhát cắt AB (h. 108). Sau khi mở tờ giấy ra, ta được một tứ giác. Tứ giác nhận được là hình gì ? Vì sao ? Nếu ta có OA = OB thì tứ giác nhận được là hình gì ?



Hình 108

ÔN TẬP CHƯƠNG I

Các nội dung chính :

1. Tứ giác.
2. Hình thang, hình thang cân.
3. Hình bình hành và các dạng đặc biệt của nó (hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông).

A. Câu hỏi

1. Phát biểu định nghĩa tứ giác.

2. Phát biểu định nghĩa hình thang, hình thang cân.

3. Phát biểu các tính chất của hình thang cân.

4. Phát biểu các tính chất của đường trung bình của tam giác, đường trung bình của hình thang.

5. Phát biểu định nghĩa hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.

6. Phát biểu các tính chất của hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông

7. Nêu các dấu hiệu nhận biết hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.

8. Thế nào là hai điểm đối xứng với nhau qua một đường thẳng ? Trục đối xứng của hình thang cân là đường thẳng nào ?

9. Thế nào là hai điểm đối xứng với nhau qua một điểm ? Tâm đối xứng của hình bình hành là điểm nào ?

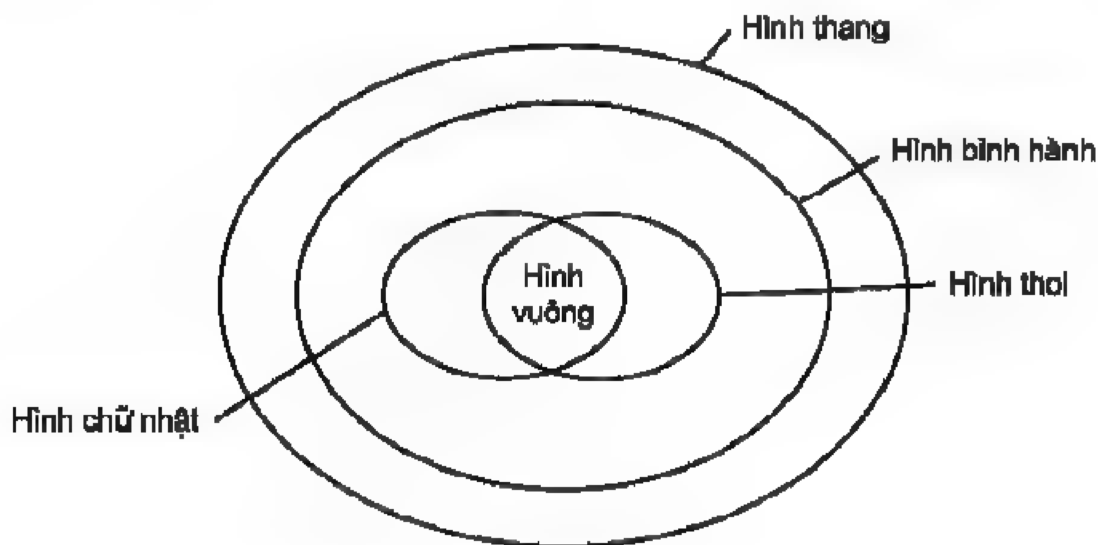
B. Bài tập

87. Sơ đồ ở hình 109 biểu thị quan hệ giữa các tập hợp hình thang, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông. Dựa vào sơ đồ đó, hãy điền vào chỗ trống :

a) Tập hợp các hình chữ nhật là tập hợp con của tập hợp các hình...

b) Tập hợp các hình thoi là tập hợp con của tập hợp các hình...

c) Giao của tập hợp các hình chữ nhật và tập hợp các hình thoi là tập hợp các hình...



Hình 109

88. Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Các đường chéo AC, BD của tứ giác ABCD có điều kiện gì thì EFGH là :

a) Hình chữ nhật ?

b) Hình thoi ?

c) Hình vuông ?

89. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Gọi D là trung điểm của AB, E là điểm đối xứng với M qua D.

a) Chứng minh rằng điểm E đối xứng với điểm M qua AB.

b) Các tứ giác AEMC, AEBM là hình gì ? Vì sao ?

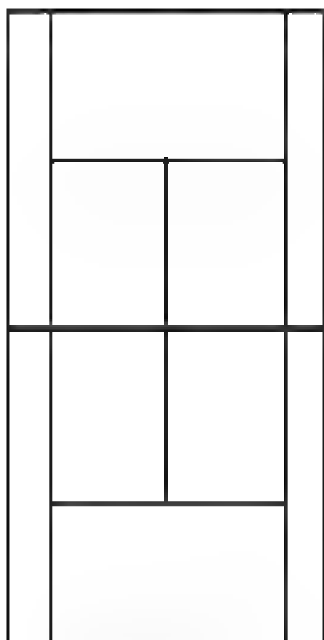
c) Cho BC = 4cm, tính chu vi tứ giác AEBM.

d) Tam giác vuông ABC có điều kiện gì thì AEBM là hình vuông ?

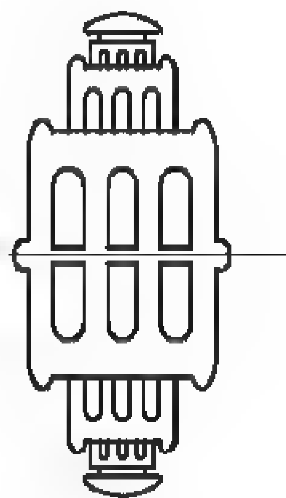
90. ***Đố.*** Tìm trục đối xứng và tâm đối xứng của :

a) Hình 110 (sơ đồ một sân quần vợt) ;

b) Hình 111.

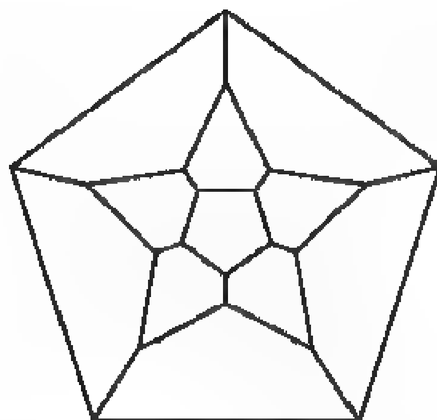


Hình 110



Hình 111

Chương II · ĐA GIÁC. DIỆN TÍCH ĐA GIÁC



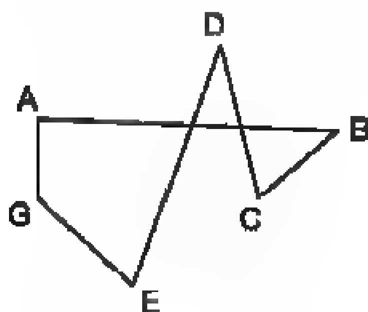
Ngũ giác đều và ngũ giác không đều

§1. Đa giác. Đa giác đều

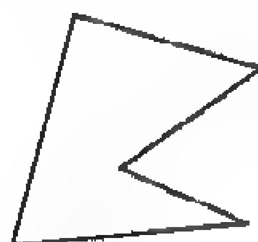
> Tam giác, tứ giác được gọi chung là gì ?

1. Khái niệm về đa giác

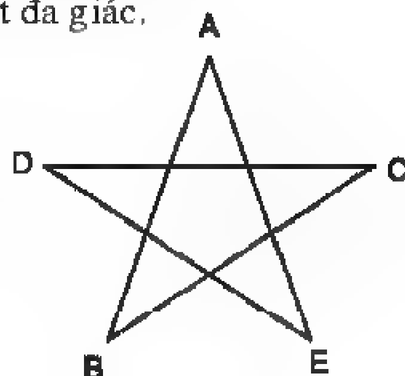
Mỗi hình 112, 113, 114, 115, 116, 117 là một đa giác.



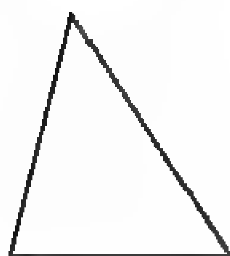
Hình 112



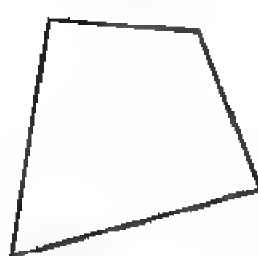
Hình 113



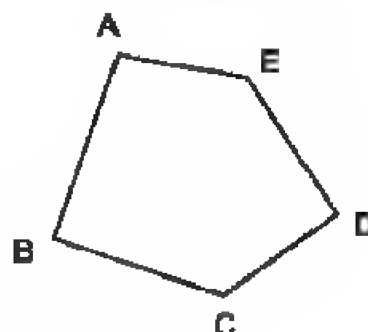
Hình 114



Hình 115



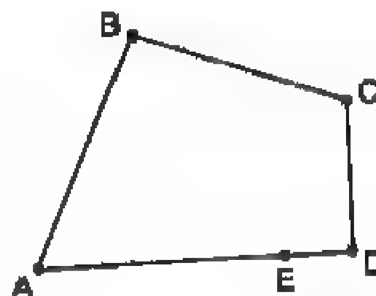
Hình 116



Hình 117

Đa giác ABCDE (hình 114, hình 117) là hình gồm năm đoạn thẳng AB, BC, CD, DE, EA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không cùng nằm trên một đường thẳng. Các điểm A, B, C, D, E được gọi là các *đỉnh*, các đoạn thẳng AB, BC, CD, DE, EA được gọi là các *cạnh* của đa giác đó.

?1 *Tại sao hình gồm năm đoạn thẳng AB, BC, CD, DE, EA ở hình 118 không phải là đa giác ?*



Hình 118

• Các đa giác ở hình 115, 116, 117 được gọi là các *đa giác lồi*.

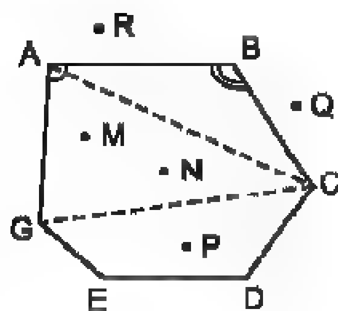
Định nghĩa

> ***Đa giác lồi là đa giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của đa giác đó.***

?2 *Tại sao các đa giác ở hình 112, 113, 114 không phải là đa giác lồi ?*

► ***Chú ý.*** *Từ nay, khi nói đến đa giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là đa giác lồi.*

?3 *Quan sát đa giác ABCDEG ở hình 119 rồi điền vào chỗ trống trong các câu sau :*



Hình 119

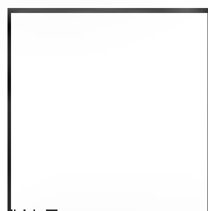
*Các **đỉnh** là các điểm : A, B, ...*
*Các **đỉnh kề nhau** là : A và B, hoặc B và C, hoặc ...*
*Các **cạnh** là các đoạn thẳng : AB, BC, ...*
*Các **đường chéo** là các đoạn thẳng nối hai đỉnh không kề nhau : AC, CG, ...*
*Các **góc** là : $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, ...*
*Các điểm **nằm trong** đa giác (các **điểm trong** của đa giác) là M, N, ...*
*Các điểm **nằm ngoài** đa giác (các **điểm ngoài** của đa giác) là : Q, ...*

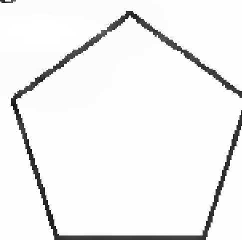
• Đa giác có n đỉnh ($n \geq 3$) được gọi là *hình n-giác* hay *hình n cạnh*. Với n = 3, 4, 5, 6, 8 ta quen gọi là tam giác, tứ giác, ngũ giác, lục giác, bát giác. Với n = 7, 9, 10,... ta gọi là hình 7 cạnh, hình 9 cạnh, hình 10 cạnh, ...

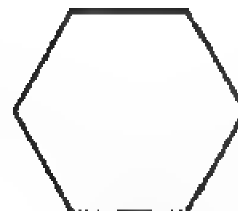
2. Đa giác đều

Hình 120a, b, c, d là những ví dụ về đa giác đều.


a) Tam giác đều


b) Hình vuông (tứ giác đều)


c) Ngũ giác đều


d) Lục giác đều

Hình 120

Định nghĩa

> ***Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau.***

?4 *Hãy vẽ các trục đối xứng và tâm đối xứng của mỗi hình 120a, b, c, d (nếu có)*

BÀI TẬP

1. Hãy vẽ phác một lục giác lồi.

Hãy nêu cách nhận biết một đa giác lồi.

2. Cho ví dụ về đa giác không đều trong mỗi trường hợp sau :

a) Có tất cả các cạnh bằng nhau ;

b) Có tất cả các góc bằng nhau.

3. Cho hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^\circ$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh rằng đa giác EBFGDH là lục giác đều.

4. Điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau :

				Đa giác n cạnh
Số cạnh	4			
Số đường chéo xuất phát từ một đỉnh		2		
Số tam giác được tạo thành			4	
Tổng số đo các góc của đa giác			$4 . 180^\circ = 720^\circ$	

5. Tính số đo mỗi góc của ngũ giác đều, lục giác đều, n giác đều.

§2. Diện tích hình chữ nhật

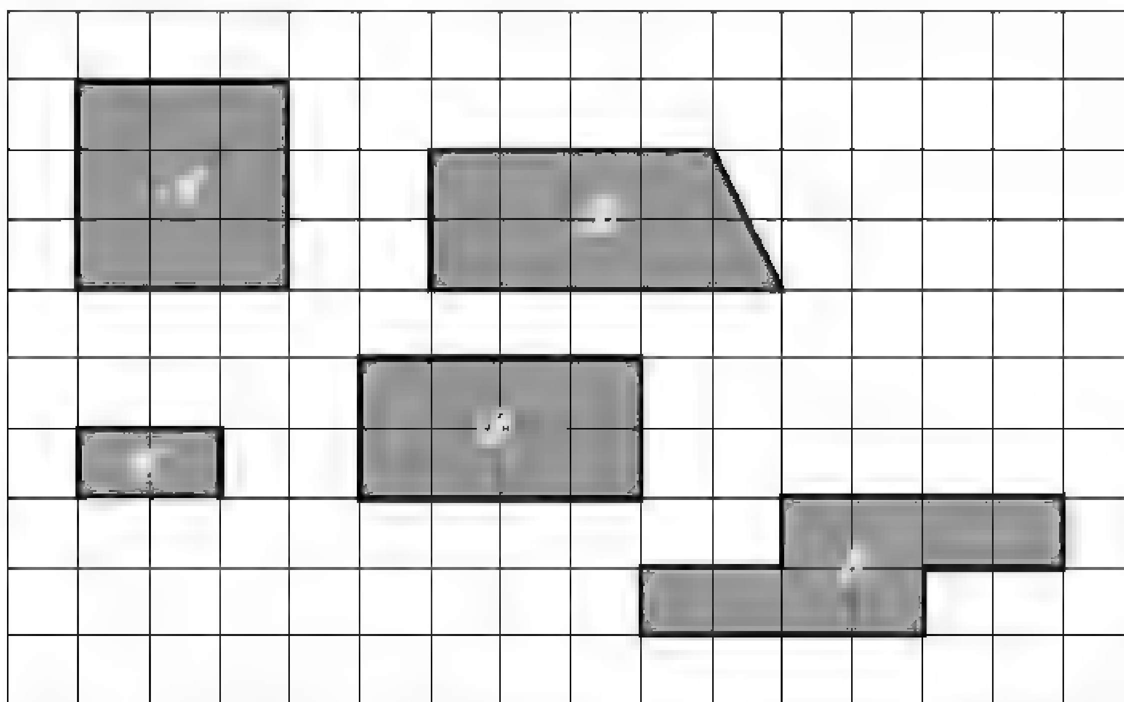
> Công thức tính diên tích hình chữ nhật là cơ sở để suy ra công thức tính diện tích các đa giác khác

1. Khái niệm diện tích đa giác

Ở các lớp dưới ta đã học số đo của một đoạn thẳng (còn gọi là độ dài đoạn thẳng) và số đo của góc ; chẳng hạn : đoạn thẳng AB có độ dài là 3cm, góc AOB có số đo là 45^o,....

Ta cũng đã quen với khái niệm "*diện tích*", chẳng hạn nói : Sân trường em có diện tích khoảng $600m^2$, viên gạch vuông ốp tường cạnh bằng 1dm có diện tích bằng $1dm^2$,....

Hoạt động ?1 dưới đây giúp ta hiểu *diện tích cũng là một số đo* và diện tích có tính chất gì.



Hình 121

?1 *Xét các hình 𝒜, ℬ, 𝒞, 𝒟, ℰ vẽ trên lưới kẻ ô vuông (h.121), mỗi ô vuông là một đơn vị diện tích.*

a) *Kiểm tra xem có phải diện tích hình 𝒜 là diện tích 9 ô vuông, diện tích hình ℬ cũng là diện tích 9 ô vuông hay không ?*

Ta nói : diện tích hình 𝒜 bằng diện tích hình ℬ.

b) *Vì sao ta nói : diện tích hình 𝒟 gấp bốn lần diện tích hình 𝒞 ?*

c) *So sánh diện tích hình 𝒞 với diện tích hình ℰ.*

Từ hoạt động trên, ta rút ra hai nhận xét sau :

• Số đo của phần mặt phẳng giới hạn bởi một đa giác được gọi là *diện tích đa giác* đó.

• Mỗi đa giác có một diện tích xác định. Diện tích đa giác là một *số dương*.

Diện tích đa giác có các tính chất sau :

1) Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau.

2) Nếu một đa giác được chia thành những đa giác không có điểm trong chung thì diện tích của nó bằng tổng diện tích của những đa giác đó.

3) Nếu chọn hình vuông có cạnh bằng 1cm, 1dm, 1m, ..., làm đơn vị đo diện tích thì đơn vị diện tích tương ứng là $1cm^2$, $1dm^2$, $1m^2$, ...

Hình vuông có cạnh dài 10m, 100m có diện tích tương ứng là 1a, 1ha. Hình vuông có cạnh dài 1km có diện tích là $1km^2$.

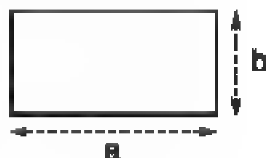
Diện tích đa giác ABCDE thường được kí hiệu là S_{ABCDE} hoặc S nếu không sợ bị nhầm lẫn.

2. Công thức tính diện tích hình chữ nhật

Ta thừa nhận định lí sau :

Diện tích hình chữ nhật bằng tích hai kích thước của nó :

$$S = a \cdot b.$$



Chẳng hạn, nếu a = 3,2cm, b = 1,7cm thì :

$$S = a \cdot b = 3,2 \cdot 1,7 = 5,44 (cm^2).$$

3. Công thức tính diện tích hình vuông, tam giác vuông

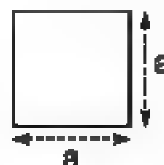
?2 *Từ công thức tính diện tích hình chữ nhật hãy suy ra công thức tính diện tích hình vuông, tam giác vuông.*

Gợi ý. – Hình vuông là một trường hợp riêng của hình chữ nhật.

– Tam giác vuông là nửa hình chữ nhật.

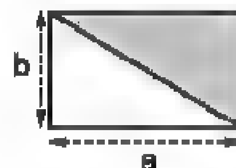
Diện tích hình vuông bằng bình phương cạnh của nó :

$$S = a^2.$$



Diện tích tam giác vuông bằng nửa tích hai cạnh góc vuông :

$$S = \frac{1}{2}a.b.$$



?3 *Ba tính chất của diện tích đa giác đã được vận dụng như thế nào khi chứng minh công thức tính diện tích tam giác vuông ?*

BÀI TẬP

6. Diện tích hình chữ nhật thay đổi như thế nào nếu :

a) Chiều dài tăng 2 lần, chiều rộng không đổi ?

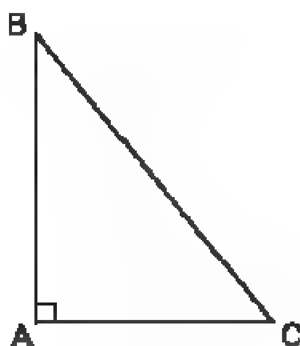
b) Chiều dài và chiều rộng tăng 3 lần ?

c) Chiều dài tang 4 lần, chiều rộng giảm 4 lần ?

7. Một gian phòng có nền hình chữ nhật với kích thước là 4,2m và 5,4m, có một cửa sổ hình chữ nhật kích thước là 1m và 1,6m và một cửa ra vào hình chữ nhật kích thước 1,2m và 2m.

Ta coi một gian phòng đạt mức chuẩn về ánh sáng nếu diện tích các cửa bằng 20% diện tích nền nhà. Hỏi gian phòng trên có đạt mức chuẩn về ánh sáng hay không ?

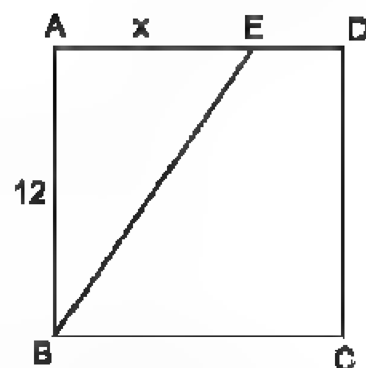
8. Đo cạnh (đơn vị mm) rồi tính diện tích tam giác vuông dưới đây (h. 122) :



Hình 122

LUYỆN TẬP

9. ABCD là một hình vuông cạnh 12cm, AE = x cm (h. 123). Tính x sao cho diện tích tam giác ABE bằng $\frac{1}{3}$ diện tích hình vuông ABCD.



Hình 123

10. Cho một tam giác vuông. Hãy so sánh tổng diện tích của hai hình vuông dựng trên hai cạnh góc vuông với diện tích hình vuông dựng trên cạnh huyền.

Gợi ý. Sử dụng định lí Py-ta-go

11. Cắt hai tam giác vuông bằng nhau từ một tấm bìa. Hãy ghép hai tam giác đó để tạo thành :

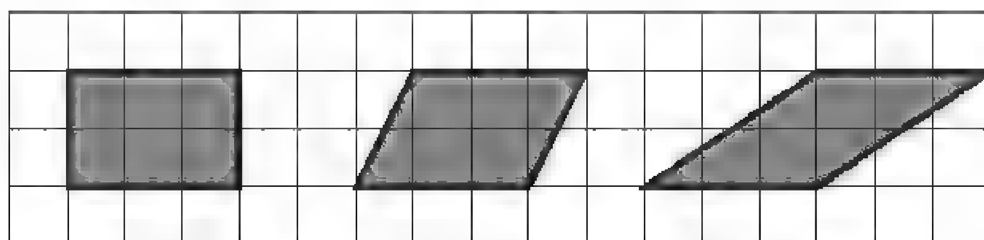
a) Một tam giác cân ;

b) Một hình chữ nhật ;

c) Một hình bình hành.

Diện tích của các hình này có bằng nhau không ? Vì sao ?

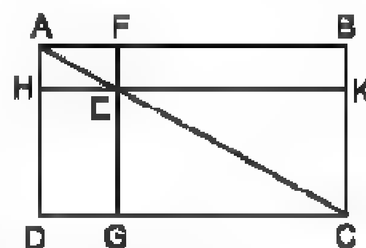
12. Tính diện tích các hình dưới đây (h. 124) (mỗi ô vuông là một đơn vị diện tích).



Hình 124

13. Cho hình 125, trong đó ABCD là hình chữ nhật, E là một điểm bất kì nằm trên đường chéo AC, FG // AD và HK // AB

Chứng minh rằng hai hình chữ nhật EFBK và EGDH có cùng diện tích.



Hình 125

14. Một đám đất hình chữ nhật dài 700m, rộng 400m. Hãy tính diện tích đám đất đó theo đơn vị m^2, km^2, a, ha.

15. ***Đố.*** Vẽ hình chữ nhật ABCD có AB = 5cm, BC = 3cm.

a) Hãy vẽ một hình chữ nhật có diện tích nhỏ hơn nhưng có chu vi lớn hơn hình chữ nhật ABCD. Vẽ được mấy hình như vậy ?

b) Hãy vẽ hình vuông có chu vi bằng chu vi hình chữ nhật ABCD. Vẽ được mấy hình vuông như vậy ? So sánh diện tích hình chữ nhật với diện tích hình vuông có cùng chu vi vừa vẽ. Tại sao trong các hình chữ nhật có cùng chu vi thì hình vuông có diện tích lớn nhất ?

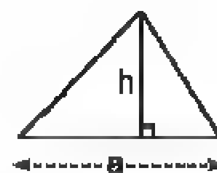
§3. Diện tích tam giác

Chứng minh công thức tính diện tích tam giác như thế nào ?

Định lí

Diện tích tam giác bằng nửa tích của một cạnh với chiều cao ứng với cạnh đó :

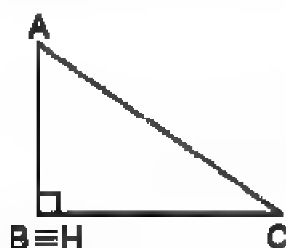
$$S = \frac{1}{2}a.h.$$



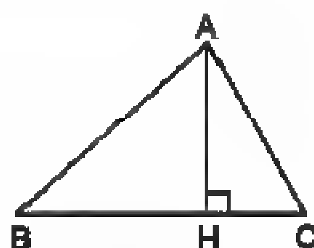
GT	ΔABC có diện tích là S AH $\perp$ BC
KL	$S = \frac{1}{2}BC.AH$

Chứng minh

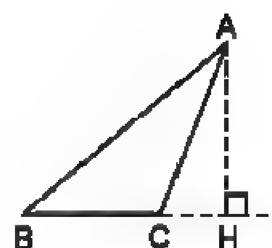
Có ba trường hợp xảy ra (h. 126a, b, c).



a)



b)



c)

Hình 126

a) Trường hợp điểm H trùng với B hoặc C (chẳng hạn H trùng với B như hình 126a). Khi đó tam giác ABC vuông tại B, theo §2, ta có :

$$S = \frac{1}{2}BC.AH.$$

b) Trường hợp điểm H nằm giữa hai điểm B và C (hình 126b). Khi đó tam giác ABC được chia thành hai tam giác vuông BHA và CHA, mà

$$S_{BHA} = \frac{1}{2}BH.AH\,,\ S_{CHA} = \frac{1}{2}HC.AH$$

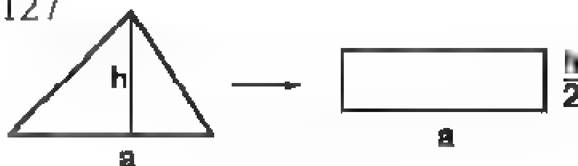
vậy

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}(BH + HC).AH = \frac{1}{2}BC.AH.$$

c) Trường hợp điểm H nằm ngoài đoạn thẳng BC. Giả sử điểm C nằm giữa hai điểm B và H như hình 126c.
Học sinh tự chứng minh.

? *Hãy cắt một tam giác thành ba mảnh để ghép lại thành một hình chữ nhật.*

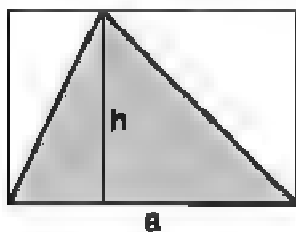
Gợi ý. Xem hình 127



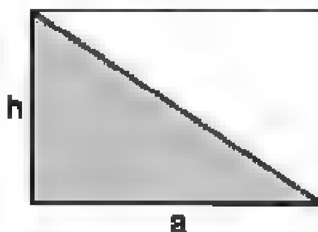
Hình 127

BÀI TẬP

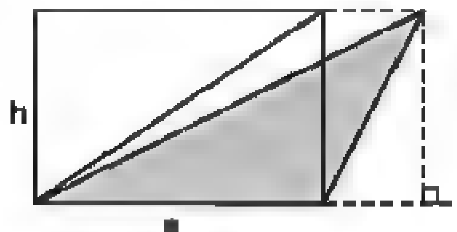
16. Giải thích vì sao diện tích của tam giác được tô đậm trong các hình 128, 129, 130 bằng nửa diện tích hình chữ nhật tương ứng :



Hình 128



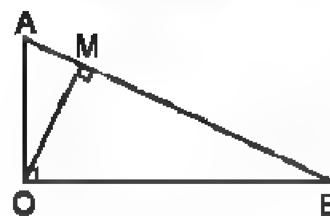
Hình 129



Hình 130

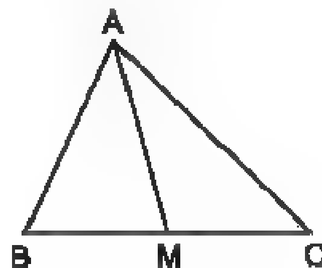
17. Cho tam giác AOB vuông tại O với đường cao OM (h. 131). Hãy giải thích vì sao ta có đẳng thức :

$$AB\ .\ OM = OA\ .\ OB.$$



Hình 131

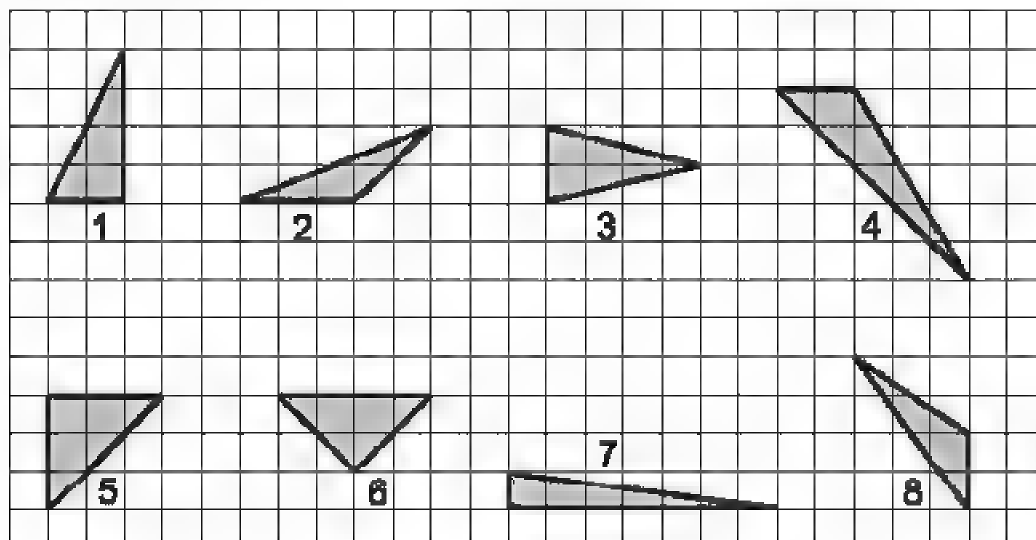
18. Cho tam giác ABC và đường trung tuyến AM (h. 132). Chứng minh : $S_{AMB} = S_{AMC}$.



Hình 132

LUYỆN TẬP

19. a) Xem hình 133. Hãy chỉ ra các tam giác có cùng diện tích (lấy ô vuông làm đơn vị diện tích) :

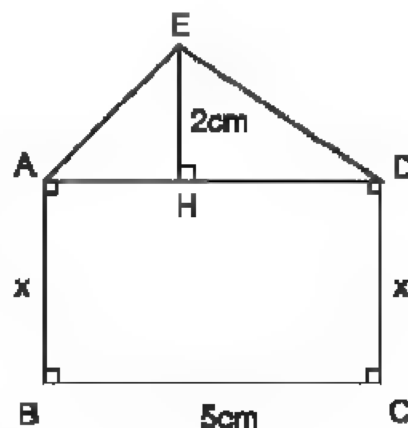


Hình 133

b) Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì có bằng nhau hay không ?

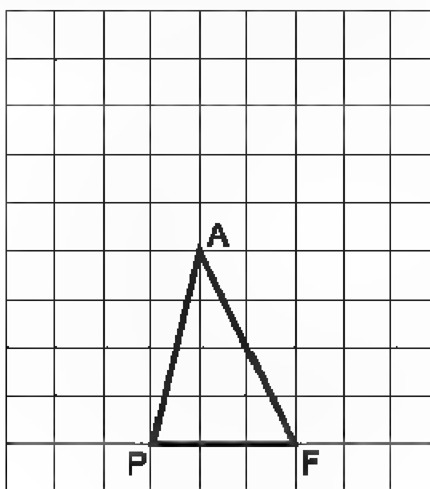
20. Vẽ hình chữ nhật có một cạnh bằng một cạnh của một tam giác cho trước và có diện tích bằng diện tích của tam giác đó. Từ đó suy ra một cách chứng minh khác về công thức tính diện tích tam giác.

21. Tính x sao cho diện tích hình chữ nhật ABCD gấp ba lần diện tích tam giác ADE (h. 134).



Hình 134

22. Tam giác PAF được vẽ trên giấy kẻ ô vuông (h. 135).



Hình 135

Hãy chỉ ra :

a) Một điểm I sao cho $S_{PIF} = S_{PAF}$;

b) Một điểm O sao cho $S_{POF} = 2.S_{PAF}$;

c) Một điểm N sao cho $S_{PNF} = \frac{1}{2}S_{PAF}$.

23. Cho tam giác ABC. Hãy chỉ ra một số vị trí của điểm M nằm trong tam giác đó sao cho :

$$S_{AMB} + S_{BMC} = S_{MAC}.$$

24. Tính diện tích của một tam giác cân có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b.

25. Tính diện tích của một tam giác đều có cạnh bằng a.

§4. Diện tích hình thang

Từ công thức tính diện tích tam giác,
có tính được diện tích hình thang hay không ?

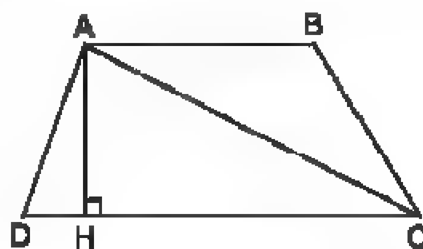
1. Công thức tính diện tích hình thang

?1 *Hãy chia hình thang ABCD thành hai tam giác rồi tính diện tích hình thang theo hai đáy và đường cao (h. 136).*

Gợi ý. $S_{ADC} = ...$

$S_{ABC} = ...$

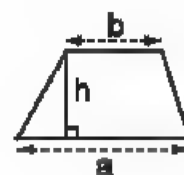
$S_{ABCD} = ...$



Hình 136

Diện tích hình thang bằng nửa tích của tổng hai đáy với chiều cao :

$$S = \frac{1}{2}(a + b).h.$$



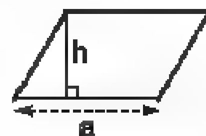
2. Công thức tính diện tích hình bình hành

?2 *Hãy dựa vào công thức tính diện tích hình thang để tính diện tích hình bình hành.*

Gợi ý. Hình bình hành là hình thang có hai đáy bằng nhau.

Diện tích hình bình hành bằng tích của một cạnh với chiều cao ứng với cạnh đó :

$$S = a.h.$$

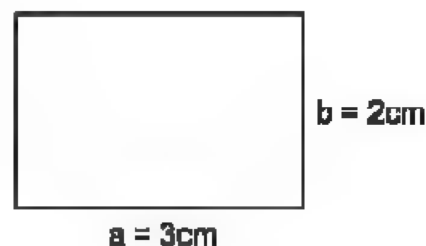


3. Ví dụ

Cho hình chữ nhật với hai kích thước a, b (h. 137).

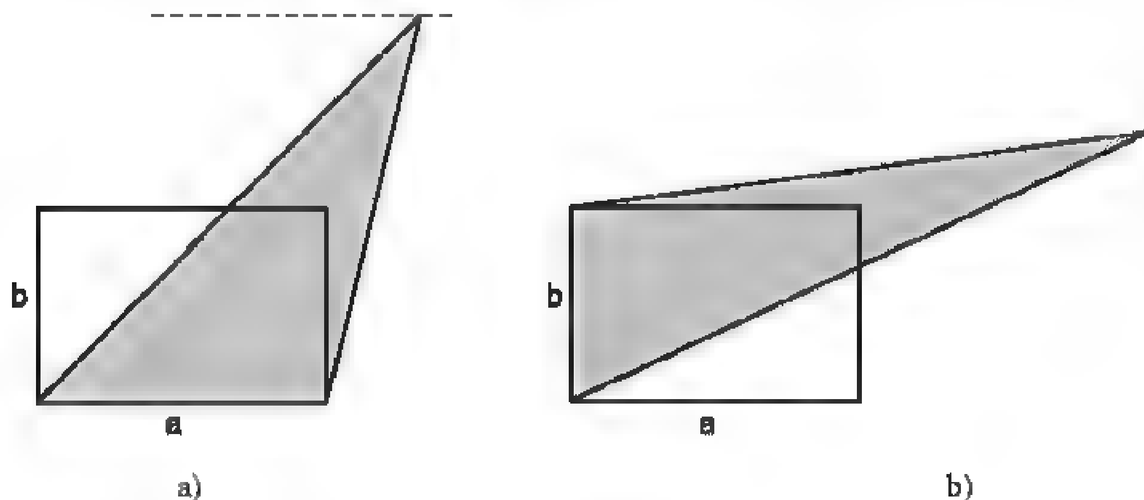
a) Hãy vẽ một tam giác có một cạnh bằng cạnh của hình chữ nhật và có diện tích bằng diện tích của hình chữ nhật đó.

b) Hãy vẽ một hình bình hành có một cạnh bằng một cạnh của hình chữ nhật và có diện tích bằng nửa diện tích của hình chữ nhật đó.



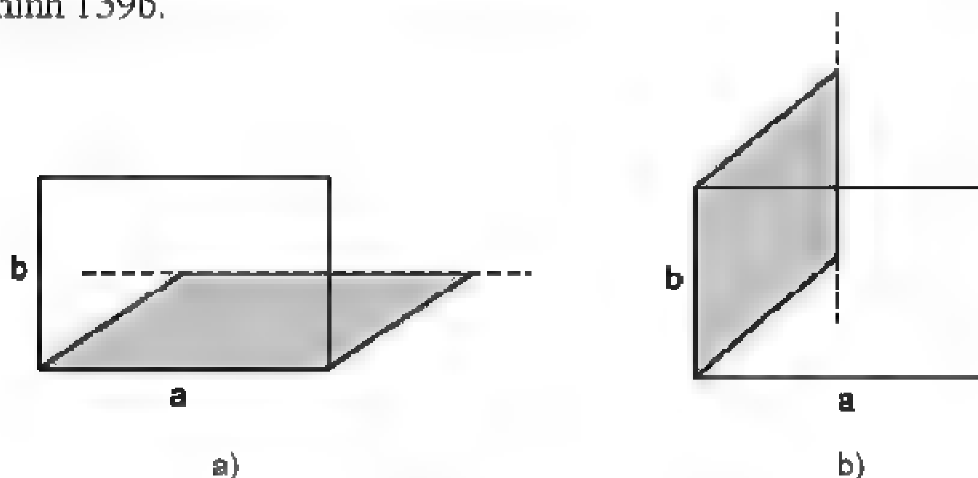
Hình 137

Giải. a) Tam giác có cạnh bằng a muốn có diện tích bằng a.b thì chiều cao ứng với cạnh a phải bằng 2b. Một trong những tam giác như thế được vẽ ở hình 138a. Tương tự, một trong những tam giác có cạnh bằng b và chiều cao tương ứng bằng 2a (có diện tích bằng $\frac{1}{2}$b.2a = ab) được vẽ ở hình 138b.



Hình 138

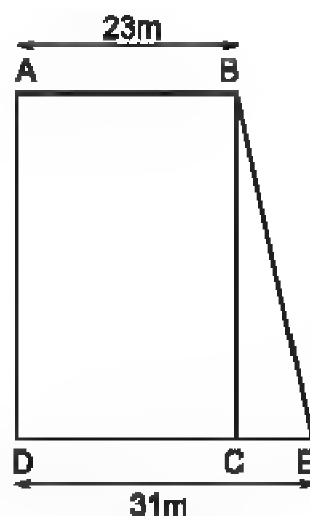
b) Hình bình hành có cạnh bằng a muốn có diện tích bằng $\frac{1}{2}$ab thì chiều cao ứng với cạnh a phải bằng $\frac{1}{2}$b. Một trong những hình bình hành như thế được vẽ ở hình 139a. Tương tự, một trong những hình bình hành có cạnh bằng b và có chiều cao tương ứng bằng $\frac{1}{2}$a (có diện tích bằng $\frac{1}{2}$ab) được vẽ ở hình 139b.



Hình 139

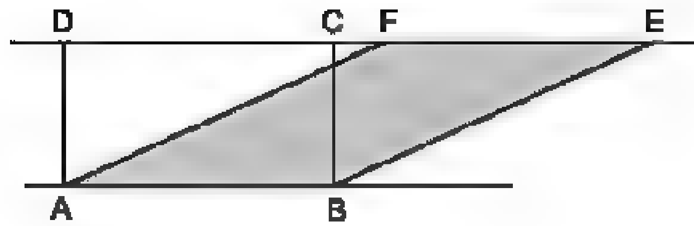
BÀI TẬP

26. Tính diện tích mảnh đất hình thang ABED theo các độ dài đã cho trên hình 140 và biết diện tích hình chữ nhật ABCD là 828 m^2.



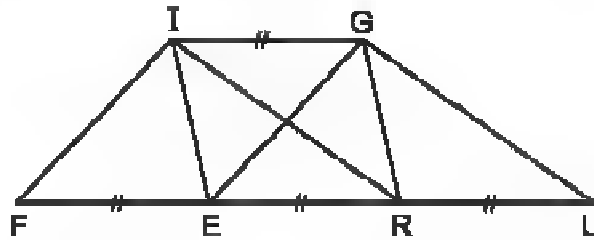
Hình 140

27. Vì sao hình chữ nhật ABCD và hình bình hành ABEF (h. 141) lại có cùng diện tích ? Suy ra cách vẽ một hình chữ nhật có cùng diện tích với một hình bình hành cho trước.



Hình 141

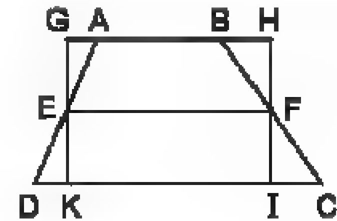
28. Xem hình 142 (IG // FU). Hãy đọc tên một số hình có cùng diện tích với hình bình hành FIGE.



Hình 142

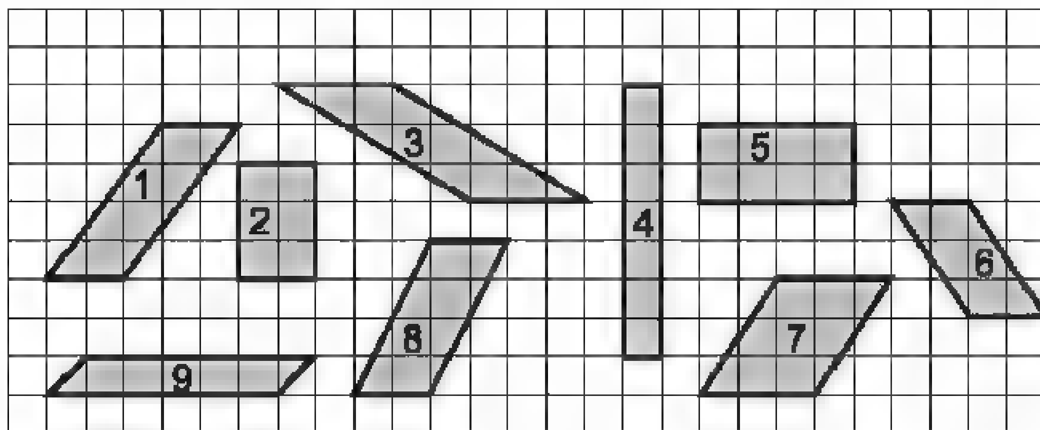
29. Khi nối trung điểm của hai đáy hình thang, tại sao ta được hai hình thang có diện tích bằng nhau ?

30. Trên hình 143 ta có hình thang ABCD với đường trung bình EF và hình chữ nhật GHIK. Hãy so sánh diện tích hai hình này, từ đó suy ra một cách chứng minh khác về công thức diện tích hình thang.



Hình 143

31. Xem hình 144. Hãy chỉ ra các hình có cùng diện tích (lấy ô vuông làm đơn vị diện tích).



Hình 144

§5. Diện tích hình thoi

Tính diện tích hình thoi theo hai đường chéo như thế nào ?

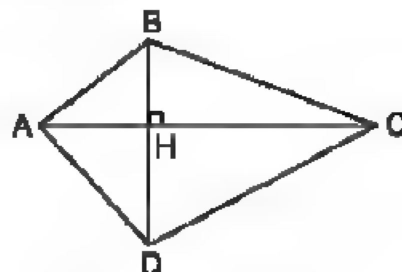
1. Cách tính diện tích của một tứ giác có hai đường chéo vuông góc

?1 *Hãy tính diện tích tứ giác ABCD theo AC, BD, biết AC ⊥ BD tại H (h. 145).*

Gợi ý. $S_{ABC} = ...$

$S_{ADC} = ...$

$S_{ABCD} = ...$



Hình 145

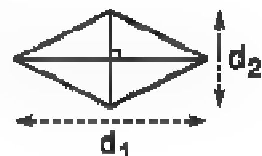
2. Công thức tính diện tích hình thoi

?2 *Hãy viết công thức tính diện tích hình thoi theo hai đường chéo.*

Gợi ý. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc.

Diện tích hình thoi bằng nửa tích hai đường chéo :

$$S = \frac{1}{2}d_1.d_2.$$

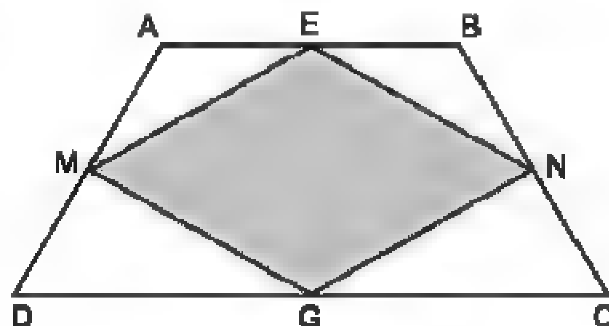


?3 *Hãy tính diện tích hình thoi bằng cách khác.*

Gợi ý. Hình thoi cũng là hình bình hành.

3. Ví dụ

Trong một khu vườn hình thang cân ABCD (đáy nhỏ AB = 30m, đáy lớn CD = 50m, diện tích bằng 800m^2), người ta làm một bồn hoa hình tứ giác MENG với M, E, N, G là trung điểm các cạnh của hình thang cân (h. 146).

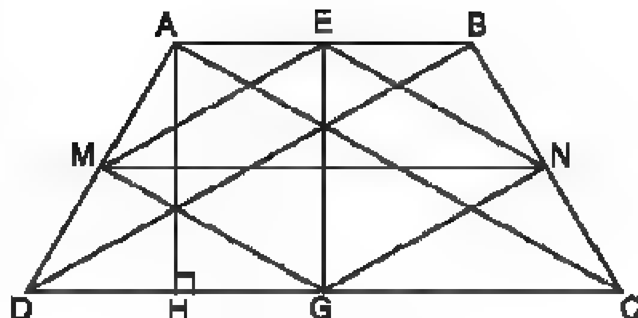


Hình 146

a) Tứ giác MENG là hình gì ?

b) Tính diện tích của bồn hoa.

Giải. (h. 147)



Hình 147

a) Ta có ME // BD và ME = $\frac{1}{2}$BD,

GN // BD và GN = $\frac{1}{2}$BD. Suy ra

ME // GN và ME = GN = $\frac{1}{2}$BD.

Vậy MENG là hình bình hành.

Tương tự, ta có EN // MG và

EN = MG = $\frac{1}{2}$AC.

Mặt khác ta có BD = AC (hai đường chéo của hình thang cân), suy ra ME = GN = EN = MG, từ đó MENG là hình thoi.

b) MN là đường trung bình của hình thang, nên

$$MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{30 + 50}{2} = 40 \, (m).$$

EG là đường cao của hình thang nên MN . EG = 800, suy ra

$$EG = \frac{800}{40} = 20 \, (m).$$

Diện tích bồn hoa hình thoi là : $\frac{1}{2}$MN . EG = $\frac{1}{2}$40.20 = 400 (m^2).

BÀI TẬP

32. a) Hãy vẽ một tứ giác có độ dài hai đường chéo là : 3,6cm, 6cm và hai đường chéo đó vuông góc với nhau. Có thể vẽ được bao nhiêu tứ giác như vậy ? Hãy tính diện tích mỗi tứ giác vừa vẽ.

b) Hãy tính diện tích hình vuông có độ dài đường chéo là d.

33. Vẽ hình chữ nhật có một cạnh bằng đường chéo của một hình thoi cho trước và có diện tích bằng diện tích của hình thoi đó. Từ đó suy ra cách tính diện tích hình thoi.

34. Cho một hình chữ nhật Vẽ tứ giác có các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình chữ nhật. Vì sao tứ giác này là một hình thoi ? So sánh diện tích hình thoi và diện tích hình chữ nhật, từ đó suy ra cách tính diện tích hình thoi.

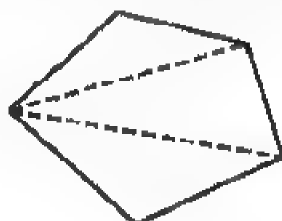
35. Tính diện tích hình thoi có cạnh dài 6cm và một trong các góc của nó có số đo là 60°.

36. Cho một hình thoi và một hình vuông có cùng chu vi. Hỏi hình nào có diện tích lớn hơn ? Vì sao ?

§6. Diện tích đa giác

Làm thế nào để tính được diện tích của một đa giác bất kì ?

Ta có thể chia đa giác thành các tam giác (h. 148a) hoặc tạo ra một tam giác nào đó có chứa đa giác (h. 148b), do đó việc tính diện tích của một đa giác bất kì thường được quy về việc tính diện tích các tam giác.



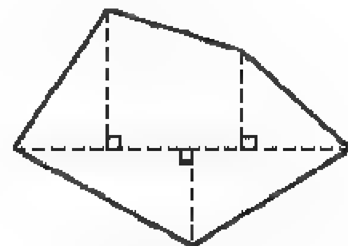
a)



b)

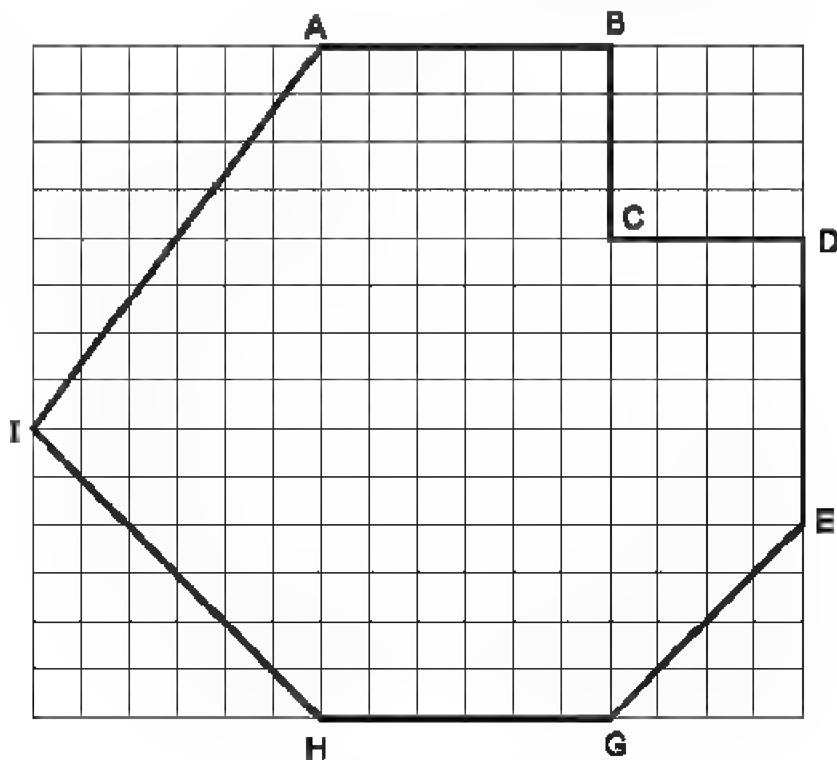
Hình 148

Trong một số trường hợp, để việc tính toán thuận lợi ta có thể chia đa giác thành nhiều tam giác vuông và hình thang vuông (h. 149).



Hình 149

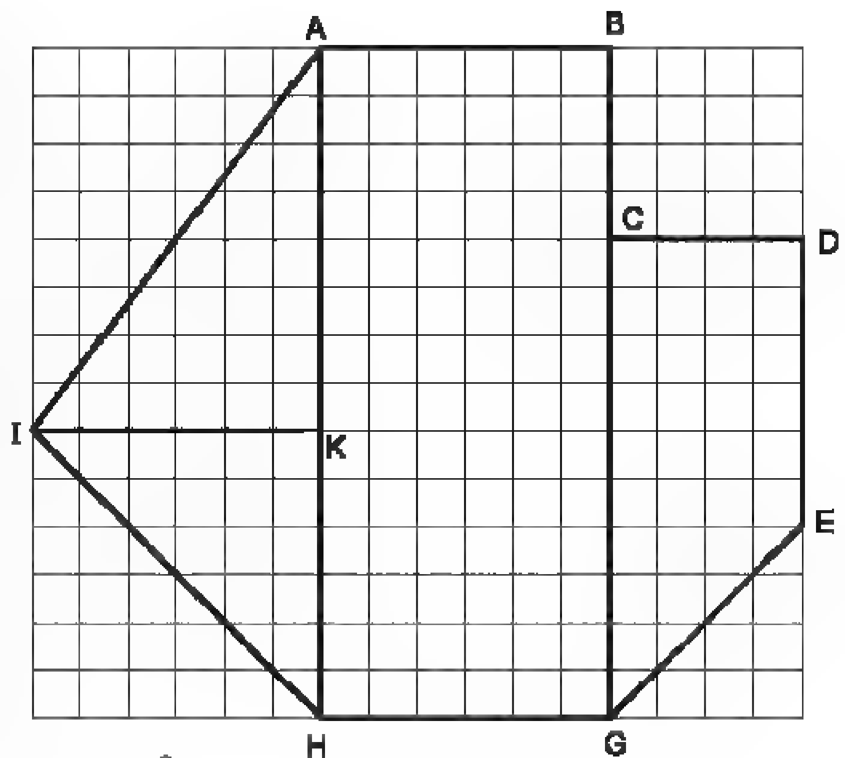
Ví dụ. Thực hiện các phép vẽ và đo cần thiết để tính diện tích hình ABCDEGHI trên hình 150.



Hình 150

Giải. Ta chia hình ABCDEGHI thành ba hình : Hình thang vuông DEGC, hình chữ nhật ABGH và tam giác AIH. Muốn thế phải vẽ thêm các đoạn thẳng CG, AH (h. 151).

Để tính diện tích các hình trên, ta đo sáu đoạn thẳng : CD, DE, CG, AB, AH và đường cao IK của tam giác AIH. Kết quả như sau : CD = 2cm, DE = 3cm, CG = 5cm, AB = 3cm, AH = 7cm, IK = 3cm.



Hình 151

Ta có : $S_{DEGC} = \dfrac{3+5}{2}.2 = 8\ (cm^2)$

$S_{ABGH} = 3.7 = 21\ (cm^2)$

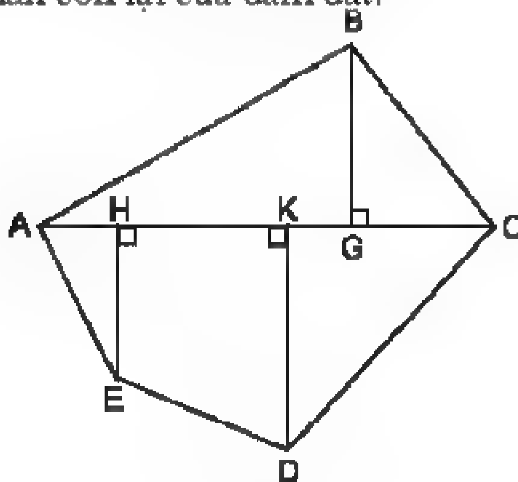
$S_{AIH} = \dfrac{1}{2}.3.7 = 10,5\ (cm^2)$.

Vậy $S_{ABCDEGHI} = S_{DEGC} + S_{ABGH} + S_{AIH} = 39,5\ (cm^2)$.

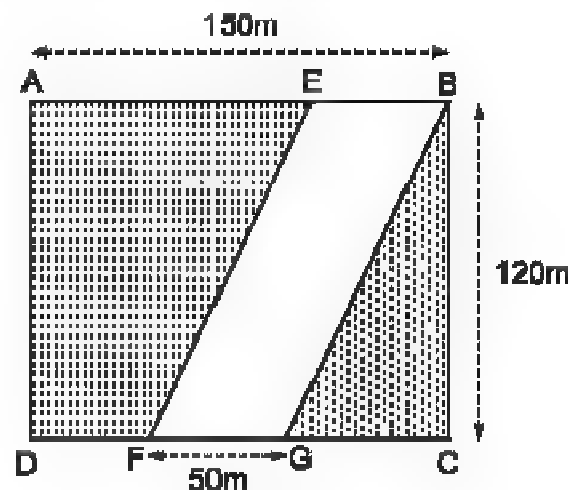
BÀI TẬP

37. Thực hiện các phép đo cần thiết (chính xác đến mm) để tính diện tích hình ABCDE (h. 152).

38. Một con đường cắt một đám đất hình chữ nhật với các dữ kiện được cho trên hình 153. Hãy tính diện tích phần con đường EBGF (EF // BG) và diện tích phần còn lại của đám đất.

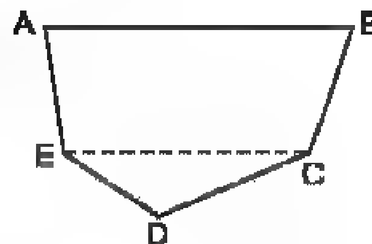


Hình 152



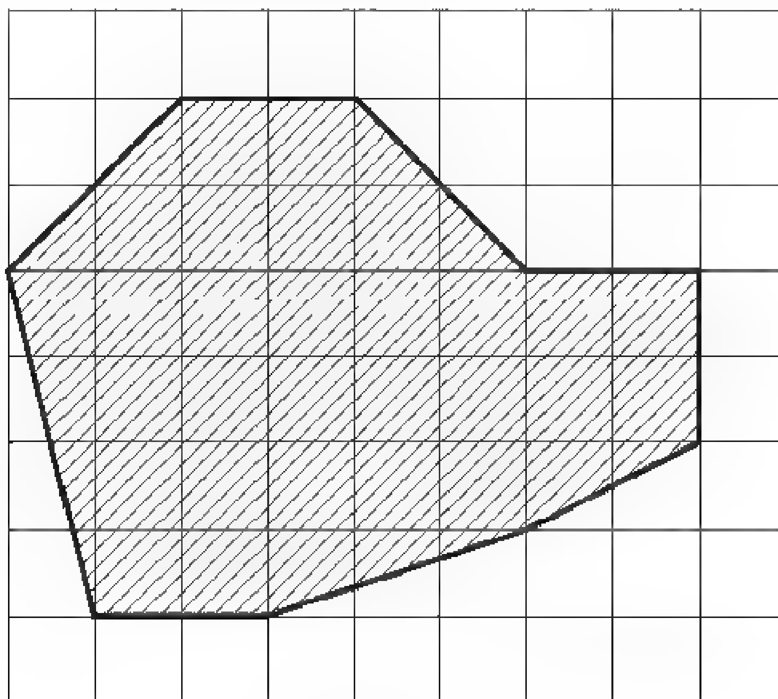
Hình 153

39. Thực hiện các phép vẽ và đo cần thiết để tính diện tích một đám đất có dạng như hình 154, trong đó AB // CE và được vẽ với tỉ lệ $\frac{1}{5000}$.



Hình 154

40. Tính diện tích thực của một hồ nước có sơ đồ là phần gạch sọc trên hình 155 (cạnh của mỗi ô vuông là 1cm, tỉ lệ $\frac{1}{10\,000}$).


Hình 155

ÔN TẬP CHƯƠNG II

A. Câu hỏi

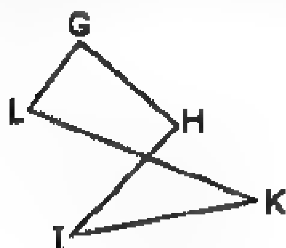
1. Xem các hình 156, 157, 158 và trả lời các câu hỏi sau :

a) Vì sao hình năm cạnh GHIKL (h. 156) không phải là đa giác lồi ?

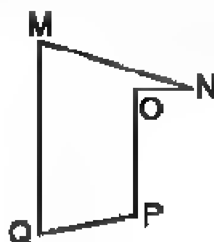
b) Vì sao hình năm cạnh MNOPQ (h. 157) không phải là đa giác lồi ?

c) Vì sao hình sáu cạnh RSTVXY (h. 158) là một đa giác lồi ?

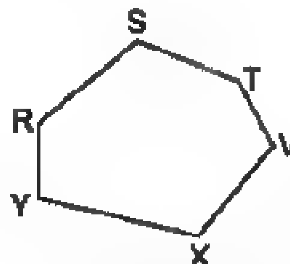
Hãy phát biểu định nghĩa đa giác lồi.



Hình 156



Hình 157



Hình 158

2. Điền vào chỗ trống trong các câu sau :

a) Biết rằng tổng số đo các góc của một đa giác n cạnh là $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 + ... + \widehat{A}_n = (n - 2).180^\circ$. Vậy tổng số đo các góc của một đa giác 7 cạnh là ......

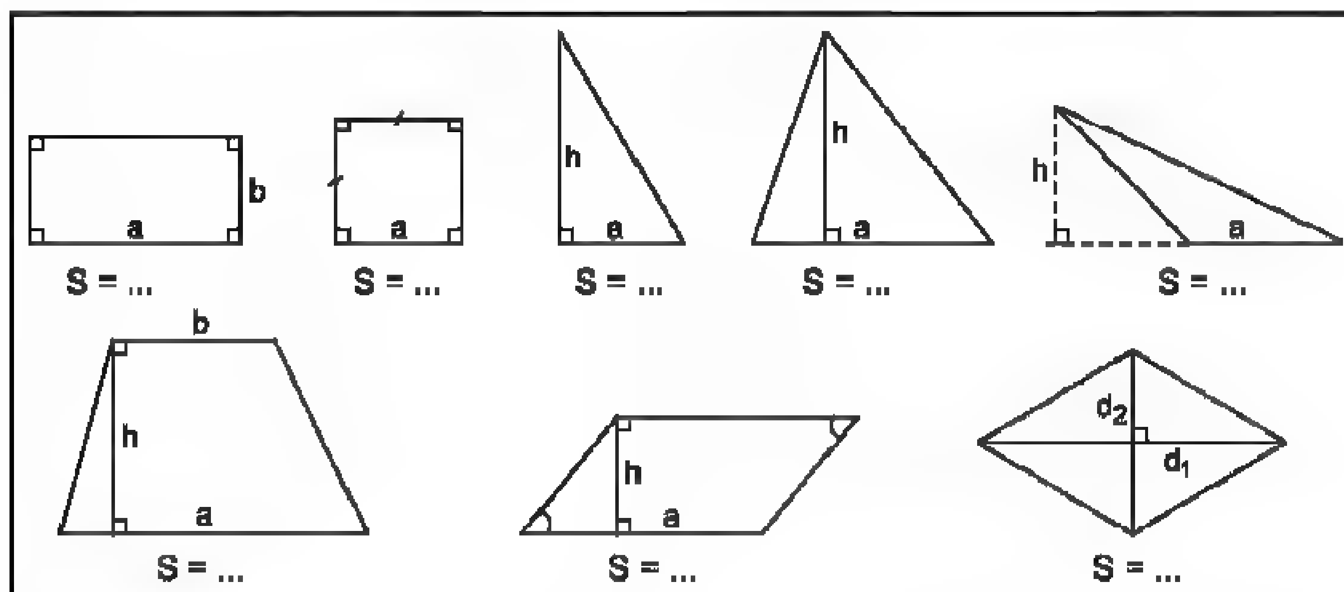
b) Đa giác đều là đa giác có ......

c) Biết rằng số đo mỗi góc của một đa giác đều n cạnh là $\dfrac{(n - 2).180^\circ}{n}$, vậy :

Số đo mỗi góc của ngũ giác đều là ....

Số đo mỗi góc của lục giác đều là ....

3. Hãy viết công thức tính diện tích của mỗi hình trong khung sau :

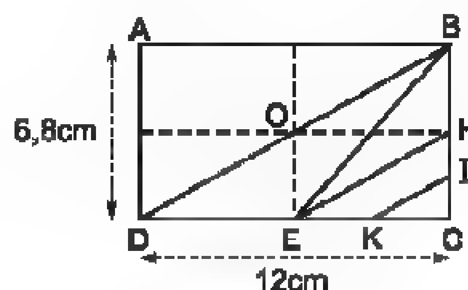


B. Bài tập

41. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi H, I, E, K lần lượt là các trung điểm của BC, HC, DC, EC (h. 159).

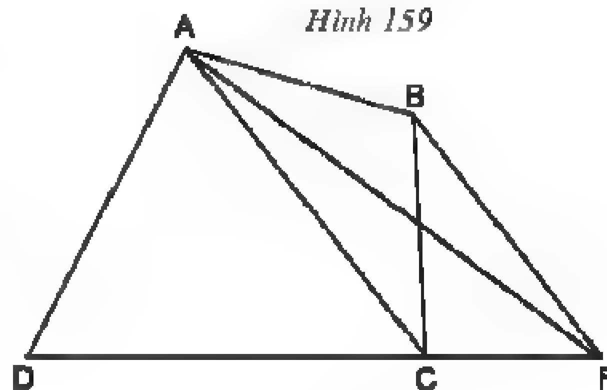
Tính : a) Diện tích tam giác DBE ;

b) Diện tích tứ giác EHIK.



Hình 159

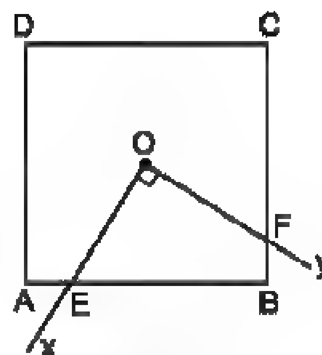
42. Trên hình 160 (AC // BF), hãy tìm tam giác có diện tích bằng diện tích của tứ giác ABCD.



Hình 160

43. Cho hình vuông ABCD có tâm đối xứng O, cạnh a. Một góc vuông xOy có tia Ox cắt cạnh AB tại E, tia Oy cắt cạnh BC tại F (h. 161).

Tính diện tích tứ giác OEBF.



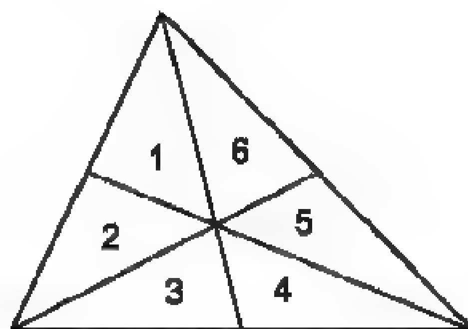
Hình 161

44. Gọi O là điểm nằm trong hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng tổng diện tích của hai tam giác ABO và CDO bằng tổng diện tích của hai tam giác BCO và DAO.

45. Hai cạnh của một hình bình hành có độ dài là 6cm và 4cm. Một trong các đường cao có độ dài là 5cm. Tính độ dài đường cao kia.

46. Cho tam giác ABC. Gọi M, N là các trung điểm tương ứng của AC, BC. Chứng minh rằng diện tích của hình thang ABNM bằng $\frac{3}{4}$ diện tích của tam giác ABC.

47. Vẽ ba đường trung tuyến của một tam giác (h. 162). Chứng minh sáu tam giác 1, 2, 3, 4, 5, 6 có diện tích bằng nhau.



Hình 162

MỤC LỤC

Trang

PHẦN ĐẠI SỐ

PHẦN HÌNH HỌC

Chịu trách nhiệm xuất bản : Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGƯT **NGÔ TRẦN ÁI**
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập GS.TS **VŨ VĂN HÙNG**

Biên tập lần đầu : **TRẦN HỮU NAM - NGUYỄN TRỌNG THIỆP**
Biên tập tái bản : **HOÀNG VIỆT - NGUYỄN THỊ MINH CHÂU**
Biên tập kĩ thuật và trình bày : **NGUYỄN THANH THUÝ - ĐINH XUÂN DUNG**
Trình bày bìa : **BÙI QUANG TUẤN**
Sửa bản in : **ĐẶNG MINH THU**
Chế bản : **CÔNG TY CP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI**

TOÁN 8 - TẬP MỘT

Mã số : 2H801T4
Số đăng kí KHXB : 01-2014/CXB/234-1062/GD.
In......, khổ 17 x 24 cm.
In tại ....
In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm 2014.

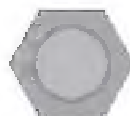




SÁCH GIÁO KHOA LỚP 8

1. **Ngữ văn 8** (tập một, tập hai)
2. **Lịch sử 8**
3. **Địa lí 8**
4. **Giáo dục công dân 8**
5. **Âm nhạc và Mĩ thuật 8**
6. **Toán 8** (tập một, tập hai)
7. **Vật lí 8**
8. **Hoá học 8**
9. **Sinh học 8**
10. **Công nghệ 8**
11. **Tiếng nước ngoài :**
    - Tiếng Anh 8
    - Tiếng Nga 8
    - Tiếng Pháp 8
    - Tiếng Trung Quốc 8
    - Tiếng Nhật 8

mã vạch



Tem chống giả

Giá: ....